

**PENERAPAN *ALGORITMA WELCH POWELL* UNTUK
MELAKUKAN *GRAPH COLOURING* PADA PETA
KABUPATEN SERDANG BEDAGAI**

SKRIPSI

Diajukan untuk Melengkapi Tugas-tugas dan Memenuhi
Syarat Mencapai Gelar Sarjana Pendidikan (S.Pd)
Pada Program Studi Matematika

Oleh

SRI HIZRIANI
NPM. 1302030217



**FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH SUMATERA UTARA
MEDAN
2017**

ABSTRAK

Sri Hizriani, 1302030217. Penerapan *Algoritma Welch Powell* untuk Melakukan *Graph Colouring* pada Peta Kabupaten Serdang Bedagai. Skripsi, Medan : Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan. Universitas Muhammadiyah Sumatera Utara.

Terapan ilmu matematika banyak digunakan untuk menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari. Teori graf merupakan salah satu pokok bahasan matematika diskrit yang telah lama dikenal dan banyak diterapkan pada berbagai bidang dalam kehidupan sehari-hari, misalnya pada penyusunan jadwal mata kuliah. Contoh tersebut merupakan penerapan pewarnaan graf. Selain contoh tersebut terapan penting pewarnaan graf adalah mewarnai peta (*colouring of map*). Pewarnaan peta dengan menggunakan *Algoritma Welch Powell* dilakukan untuk mendapatkan warna minimum. Tujuan dalam penelitian ini adalah untuk mengetahui cara menentukan bilangan kromatik dan menentukan jumlah bilangan kromatik (warna minimum) peta kabupaten Serdang Bedagai berbasis kecamatan berdasarkan *Algoritma Welch Powell*. Hasil penelitian didapat ada 17 kecamatan pada kabupaten Serdang Bedagai. Dengan menggunakan *Algoritma Welch Powell* ada empat tahap yang dilakukan untuk mewarnai 17 kecamatan kabupaten Serdang Bedagai. Tahap pertama ada lima simpul kecamatan yang diberi warna sama yaitu warna merah. Tahap kedua ada lima simpul kecamatan yang diberi warna sama yaitu warna orange. Tahap ketiga ada empat simpul kecamatan yang diberi warna sama yaitu warna hijau. Tahap keempat ada tiga simpul kecamatan yang diberi warna sama yaitu warna biru. maka untuk 17 kecamatan cukup menggunakan empat warna saja dan tidak ada simpul kecamatan yang bertetangga memiliki warna yang sama. Jadi, ada empat jumlah bilangan kromatik atau $\chi(G)=4$ pada graf peta kabupaten Serdang Bedagai dengan menggunakan *Algoritma Welch Powell*.

Kata kunci : *Algoritma Welch Powell, Graph Colouring, Peta*

DAFTAR PUSTAKA

- Amri, Z, Muzain, A, Huda, N, Sugeng, HA. 2011. *Pelabelan Graceful; Skolem Graceful dan Pelabelan Rho Topi pada Graf $(Sn,3)$* . Prosiding Seminar Nasional Universitas Muhammadiyah Yogyakarta.
- Lipschutz, Seymour dan Lipson, Marc Lars. 2008. *Matematika Diskret Edisi Ketiga*, Jakarta : Erlangga.
- Manongga, Danny dan Nataliani, Yessica. 2013. *Matematika Diskrit Edisi Pertama*, Jakarta : Kencana Prenada Media Group
- Munir, Rinaldi. 2010. *Matematika Diskrit Revisi Kelima*, Bandung : Informatika.
- Nabila As'ad ¹, 13507006 ². 2008. *Aplikasi Pewarnaan Graf pada Pemecahan Masalah Penyusunan Jadwal*. Teknik Informatika Institut Teknologi Bandung.
- Nicholas Rio, 13510024. 2011. *Aplikasi Graf Berbobot dalam Menentukan Jalur Angkot (Angkutan Kota) Tercepat*. Teknik Informatika Institut Teknologi Bandung.
- Nuraini. (2015). *Aplikasi Algoritma Welch Powell untuk Melakukan Graph Colouring pada Studi Kasus Peta Provinsi Sumatera Utara*. Skripsi pada FKIP Universitas Muhammadiyah Sumatera Utara : tidak diterbitkan.
- Peta Kabupaten Serdang Bedagai, Sumatera Utara. (online)
https://id.m.wikipedia.org/wiki/Kabupaten_Serdang_Bedagai
Diakses pada pukul 09:50:20 wib, Kamis 26 Januari 2017
- S. Astuti. 2011. *Penyusunan Jadwal Ujian Mata Kuliah Dengan Algoritma Pewarnaan Graf Welch Powell*, vol. 11, no 1. Universitas Dian Nuswantoro, Semarang, Indonesia, pp. 68-74.
- Dessy Handayani S ¹), Ely Rosely ²) RA. Paramita Mayadewi ³). 2016. *Penerapan Algoritma Welch Powell dengan Pewarnaan Graph pada Penjadwalan Mata Pelajaran SMA*. Seminar Nasional Sistem Informasi Indonesia.

KATA PENGANTAR



Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.

Alhamdulillah, puji dan syukur kepada Allah Swt. Tuhan Yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang atas berkat, rahmat, hidayah, dan inayah-Nya yang dilimpahkan kepada kita semua sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini walaupun dalam bentuk yang sederhana. Shalawat dan salam penulis sampaikan kepada Nabi Muhammad SAW yang sangat kita harapkan di akhirat nanti. Skripsi ini ditulis guna melengkapi persyaratan untuk memperoleh gelar sarjana pendidikan di Jurusan Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Muhammadiyah Sumatera Utara, Medan. Adapun judul skripsi ini adalah **“Penerapan *Algoritma Welch Powell* untuk Melakukan *Graph Colouring* pada Peta Kabupaten Serdang Bedagai”**.

Penulis menyadari bahwa proposal skripsi ini masih banyak kekurangan dan jauh dari sempurna. Untuk itu, saran dan kritik yang bersifat membangun sangat penulis harapkan. Dan dalam penyusunan skripsi ini tidak akan selesai tanpa bantuan dari berbagai pihak. Karena itu pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih kepada yang tercinta kedua orang tua penulis **Ayahanda Suyono S.P., Ibunda Rustik**. Yang terus memberikan limpahan kasih sayang dan menyemangati penulis dalam menyelesaikan skripsi ini. Semoga Allah SWT tetap melindungi mereka dalam setiap langkahnya, Aamiin.

Penulis menyampaikan rasa hormat dan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada semua pihak yang telah memberikan bantuan dan bimbingan kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini, khususnya kepada:

1. Bapak **Dr. Agussani, M.AP.**, selaku Rektor Universitas Muhammadiyah Sumatera Utara.
2. Bapak **Dr. Elfrianto Nst., M.Pd.**, selaku Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Muhammadiyah Sumatera Utara.
3. Bapak **Indra Prasetia, S.Pd., M.Si.**, selaku Ketua Jurusan Pendidikan Matematika, yang telah memberikan motivasi dan pengarahan selama studi.
4. Bapak **Dr. Zainal Aziz, M.Si.**, selaku sekretaris program Jurusan Pendidikan Matematika.
5. Bapak **Dr. Irvan, M.Si.**, selaku Dosen pembimbing yang dengan ikhlas dan sabar memberikan bimbingan, arahan, dan dorongan yang tidak henti-hentinya di sela-sela kesibukannya.
6. Bapak Ibu dosen dan staf pegawai Biro Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Muhammadiyah Sumatera Utara.

Teruntuk saudara kandung tersayang Adinda Sri Ria Atika dan Kakanda Sri Etika Sari serta sahabat-sahabat tersayang yang selalu menyemangati penulis yaitu Abangda Ikwil Pasaribu, Gita Wiranti, Azzuhriyyah Rahma, Dodi Nopendra, Wazri Wardian, Agnes Simanjuntak, Humaida Auzi, Khalida Ulfa, Oktaviani Haslinatasari, Siska Hayulianti, Rafika, Novia Sari, Hesti Nurkhotimah, Ayu Putri Wulan, Hadi Syahputra, Oerip Abdul Azis, Muhammad Saiful Bahri, dan Dewi Purnama Sari yang selalu ada dalam suka maupun duka.

7. Seluruh teman-teman seperjuangan D-Pagi Pendidikan Matematika stambuk 2013 dan seluruh teman-teman dalam berikatan PK IMM FKIP UMSU stambuk 2013.

Semoga Allah SWT senantiasa mencurahkan rahmatNya kepada kita semua dan semoga skripsi ini bermanfaat bagi semua pihak dan terutama bagi penulis sendiri.

Wassalamualaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.

Medan, Maret 2017

Penulis

Sri Hizriani
NPM. 1302030217

DAFTAR ISI

ABSTRAK	i
KATA PENGANTAR	ii
DAFTAR ISI	v
DAFTAR TABEL	vii
DAFTAR GAMBAR	ix
BAB I PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang Masalah.....	1
B. Batasan Masalah.....	4
C. Rumusan Masalah	4
D. Tujuan Penelitian.....	4
E. Manfaat Penelitian	5
BAB II LANDASAN TEORI	6
A. Definisi Graf.....	6
B. Jenis-jenis Graf.....	7
C. Terminologi Dasar.....	10
D. Graf Khusus	13
E. Pewarnaan Simpul	17
F. Algoritma Welch Powell.....	23
G. Gambaran Umum Kabupaten Serdang Bedagai.....	26

BAB III METODE PENELITIAN	29
A. Tempat dan Waktu Penelitian	29
B. Alur Penelitian	29
1. Persiapan	29
2. Pengumpulan Data	30
3. Analisis Data	32
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN PENELITIAN	33
A. Deskripsi Hasil Penelitian	33
B. Pembahasan Hasil Penelitian	53
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN	56
A. Kesimpulan	56
B. Saran	56
DAFTAR PUSTAKA	57
RIWAYAT HIDUP	58

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Mata Kuliah yang Diambil Oleh Delapan Mahasiswa.....	21
Tabel 2.2	Luas Wilayah Kabupaten Serdang Bedagai Per Kecamatan	28
Tabel 4.1	17 Kecamatan Kabupaten Serdang Bedagai	34
Tabel 4.2	Kecamatan Berdasarkan Derajatnya dari Tertinggi ke Rendah	37
Tabel 4.3	Kecamatan yang Tidak Bertetangga dengan Kecamatan Dolok Masihul.....	38
Tabel 4.4	Kecamatan yang Tidak Bertetangga dengan Kecamatan Tanjung Beringin	39
Tabel 4.5	Kecamatan yang Tidak Bertetangga dengan Kecamatan Perbaungan.....	39
Tabel 4.6	Kecamatan yang Tidak Bertetangga dengan Kecamatan Kotarih	40
Tabel 4.7	Simpul Kecamatan yang Belum Diberi Warna.....	42
Tabel 4.8	Kecamatan yang Tidak Bertetangga dengan Kecamatan Sei Rampah	42
Tabel 4.9	Kecamatan yang Tidak Bertetangga dengan Kecamatan Tebing Tinggi.....	43
Tabel 4.10	Simpul Kecamatan yang Belum Diberi Warna.....	45

Tabel 4.11	Kecamatan yang Tidak Bertetangga dengan Kecamatan Serba Jadi	45
Tabel 4.12	Kecamatan yang Tidak Bertetangga dengan Kecamatan Sei Baman	46
Tabel 4.13	Simpul Kecamatan yang Belum Diberi Warna.....	48
Tabel 4.14	Kecamatan pada Kabupaten Serdang Bedagai Beserta Derajat Simpul dan Warnanya	50

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Graf Sederhana.....	7
Gambar 2.2	Graf Ganda.....	8
Gambar 2.3	Graf Semu.....	8
Gambar 2.4	Graf Tak Berarah.....	8
Gambar 2.5	Graf Berarah.....	9
Gambar 2.6	Graf Berhingga.....	9
Gambar 2.7	Graf Tak Berhingga.....	10
Gambar 2.8	Graf G_1	10
Gambar 2.9	Graf Berbobot.....	12
Gambar 2.10	Sirkuit $v_1-v_2-v_3-v_4$	13
Gambar 2.11	Graf Lengkap.....	14
Gambar 2.12	Graf Lingkaran.....	14
Gambar 2.13	Graf Teratur Derajat 4 dan 2.....	15
Gambar 2.14	Graf Biparti.....	15
Gambar 2.15	Graf yang Isomorfik.....	16
Gambar 2.16	Graf Planar K_4	16
Gambar 2.17	Graf yang Telah Diwarnai.....	17
Gambar 2.18	Graf Mata Kuliah Delapan Mahasiswa.....	22
Gambar 2.19	Graf yang Telah Diwarnai tiap Simpulnya.....	23
Gambar 2.20	Graf yang Akan Diwarnai Simpulnya.....	24

Gambar 2.21	Hasil Pewarnaan Graf.....	25
Gambar 2.22	Peta Administrasi Kabupaten Serdang Bedagai.....	27
Gambar 3.1	Langkah-langkah Penelitian.....	30
Gambar 3.2	Skema Penelitian.....	31
Gambar 3.3	<i>Flowchart</i> Algoritma Pewarnaan Simpul.....	32
Gambar 4.1	Peta Administrasi Kabupaten Serdang Bedagai.....	33
Gambar 4.2	Graf Wilayah Kabupaten Serdang Bedagai	34
Gambar 4.3	Graf Peta Kabupaten Serdang Bedagai	36
Gambar 4.4	Tahap Pertama <i>Graf Colouring</i> Peta Kabupaten Serdang Bedagai yang Disesuaikan dengan Langkah-langkah <i>Algoritma Welch Powell</i>	41
Gambar 4.5	Tahap Kedua <i>Graf Colouring</i> Peta Kabupaten Serdang Bedagai yang Disesuaikan dengan Langkah-langkah <i>Algoritma Welch Powell</i>	44
Gambar 4.6	Tahap Ketiga <i>Graf Colouring</i> Peta Kabupaten Serdang Bedagai yang Disesuaikan dengan Langkah-langkah <i>Algoritma Welch Powell</i>	47
Gambar 4.7	Tahap Keempat <i>Graf Colouring</i> Peta Kabupaten Serdang Bedagai yang Disesuaikan dengan Langkah-langkah <i>Algoritma Welch Powell</i>	49

Gambar 4.8	<i>Graf Colouring</i> Peta Kabupaten Serdang Bedagai dengan menggunakan <i>Algoritma Welch Powell</i>	51
Gambar 4.9	Pewarnaan Peta Kabupaten Serdang Bedagai Berdasarkan Jumlah Kromatik.....	52

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Matematika merupakan ilmu tentang logika mengenai bentuk, susunan, besaran dan konsep-konsep yang berhubungan satu dengan yang lainnya. Ilmu matematika sangat berperan penting dalam kehidupan sehari-hari. Terapan ilmu matematika banyak digunakan untuk menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari. Salah satu contoh ilmu matematika yang banyak diterapkan dalam kehidupan sehari-hari adalah teori graf. Graf adalah salah satu pokok bahasan matematika diskrit yang telah lama dikenal dan banyak diterapkan pada berbagai bidang dalam kehidupan sehari-hari, misalnya pada penyusunan jadwal mata kuliah, rangkaian listrik, pengaturan lampu lalu lintas, peta dan lain-lain.

Menurut catatan sejarah, masalah jembatan konigsberg adalah masalah yang pertama kali menggunakan graf (tahun 1763). Di kota Konigsberg (sebelah timur negara bagian Prussia, Jerman), sekarang bernama kota Kaliningrad, terdapat sungai Pregal yang mengalir mengitari pulau Kneiphof lalu bercabang menjadi dua buah anak sungai. (Amri, dkk. 2011)

Teori graf merupakan pokok bahasan yang mempunyai manfaat besar dalam kehidupan sehari-hari. Salah satu topik yang menarik pada graf adalah masalah pewarnaan graf (*graph colouring*). Bidang ini memiliki sejarah yang sangat menarik dan teori-teorinya telah menimbulkan banyak perdebatan pada kalangan

matematikawan. Teori-teori mengenaiya telah banyak dikembangkan dan berbagai algoritma dengan kelebihan dan kelemahan masing-masing telah dibuat untuk menyelesaikannya.

Salah satu terapan penting pewarnaan graf adalah mewarnai peta (*colouring of map*). Misalkan kita diminta mewarnai sebuah peta yang terdiri atas sejumlah wilayah. Wilayah pada peta dapat menyatakan kecamatan. Kita diminta mewarnai setiap wilayah di dalam peta sedemikian sehingga tidak ada dua wilayah bertetangga yang mempunyai warna sama. Satu cara untuk menjamin bahwa dua buah wilayah bertetangga tidak mempunyai warna yang sama adalah menggunakan warna yang berbeda untuk setiap wilayah. Di dalam persoalan pewarnaan graf, kita tidak hanya sekedar mewarnai simpul-simpul dengan warna berbeda dari warna simpul tetangganya saja, namun kita juga menginginkan jumlah macam warna yang digunakan sesedikit mungkin. Jumlah warna minimum yang dapat digunakan untuk mewarnai simpul disebut bilangan kromatik graf G , disimbolkan dengan $X(G)$. (Munir, 2010 : 425)

Terdapat tiga macam pewarnaan graf, yaitu pewarnaan simpul (*vertex colouring*), pewarnaan sisi (*edge colouring*), dan pewarnaan wilayah (*face colouring*). Pewarnaan yang dibahas pada penelitian ini adalah pewarnaan simpul. Tiap wilayah pada peta dinyatakan sebagai simpul graf. Sedangkan sisi menyatakan bahwa terdapat dua wilayah yang berbatasan langsung (disebut juga bertetangga). Oleh karena itu, graf yang terbentuk merupakan graf planar. Graf planar ialah graf yang dapat digambarkan pada bidang datar sedemikian sehingga tidak ada sisi-sisinya

yang saling berpotongan. Bilangan kromatik pada graf planar tidak lebih dari empat. Sehingga dalam pewarnaan sebuah peta, cukup hanya menggunakan empat warna saja. Warna yang digunakan dalam pewarnaan peta adalah merah, orange, hijau dan biru.

Pemecahan persoalan pewarnaan graf sangat berjasa dalam menentukan jumlah bilangan kromatik yang dibutuhkan untuk mewarnai sembarang peta. *Algoritma Welch Powell* dapat digunakan untuk mewarnai sebuah graf G secara mangkus. Algoritma ini tidak selalu memberikan jumlah warna minimum yang diperlukan untuk mewarnai G , namun algoritma ini cukup praktis untuk digunakan dalam pewarnaan simpul sebuah graf. *Algoritma Welch Powell* dapat menentukan batas atas warna. Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut:

1. Urutkan simpul-simpul dari G dalam derajat yang menurun (urutan seperti ini mungkin tidak unik karena beberapa simpul mungkin berderajat sama).
2. Gunakan satu warna untuk mewarnai simpul pertama (yang mempunyai derajat tertinggi) dan simpul-simpul lain (dalam urutan yang berurut) yang tidak bertetangga dengan simpul pertama ini.
3. Mulai lagi dengan simpul derajat tertinggi berikutnya di dalam daftar terurut yang belum diwarnai dan ulangi proses pewarnaan simpul dengan menggunakan warna kedua.
4. Ulangi penambahan warna-warna sampai semua simpul telah diwarnai.

Metode yang digunakan Algoritma ini adalah pewarnaan langsung pada sebuah graf yang dapat dilakukan untuk menentukan jumlah bilangan kromatiknya.

B. Batasan Masalah

Untuk memfokuskan obyek dari suatu penelitian maka dibutuhkan batasan masalah. Pada penelitian ini, masalah dibatasi pada pewarnaan simpul dengan menggunakan *algoritma Welch Powell* dan diterapkan untuk pewarnaan peta Kabupaten Serdang Bedagai. Dari uraian latar belakang sebelumnya maka batasan masalah ialah sebagai berikut:

1. *Algoritma Welch Powell*
2. *Graph Colouring*
3. Peta Kabupaten Serdang Bedagai

C. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah dan batasan masalah diatas maka penulis merumuskan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana menentukan bilangan kromatik peta kabupaten Serdang Bedagai berbasis kecamatan berdasarkan *Algoritma Welch Powell*?
2. Berapa jumlah bilangan kromatik peta kabupaten Serdang Bedagai berbasis kecamatan berdasarkan *Algoritma Welch Powell*?

D. Tujuan Penelitian

Dalam penelitian ini penulis mempunyai tujuan sebagai berikut: merumuskan masalah sebagai berikut:

1. Untuk mengetahui cara menentukan bilangan kromatik peta kabupaten Serdang Bedagai berbasis kecamatan berdasarkan *Algoritma Welch Powell*.
2. Untuk menentukan jumlah bilangan kromatik peta kabupaten Serdang Bedagai berbasis kecamatan berdasarkan *Algoritma Welch Powell*.

E. Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat bermanfaat untuk berbagai pihak, antara lain:

1. Manfaat bagi akademis yaitu menambah wawasan mengenai pewarnaan graf, khususnya pewarnaan simpul menggunakan *Algoritma Welch Powell* dan mencari jumlah bilangan kromatik pada graf peta kabupaten Serdang Bedagai.
2. Manfaat untuk menerapkan kedalam bidang ilmu matematika khususnya matematika terapan dengan didukung oleh disiplin ilmu lainnya.

BAB II

LANDASAN TEORI

A. Definisi Graf

Graf adalah pasangan himpunan (V, E) dan ditulis dengan notasi $G = (V, E)$, V adalah himpunan tidak kosong dari verteks-verteks $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ yang dalam hal ini verteks merupakan himpunan tidak kosong dari verteks-verteks (*vertices* atau *node*) dan E adalah himpunan *edge* $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ atau sisi yang menghubungkan sepasang verteks. Sebuah graf dimungkinkan tidak mempunyai *edge* satu buah pun, verteksnya harus ada minimal satu. Graf yang hanya memiliki satu buah verteks tanpa sebuah *edge* pun dinamakan graf trivial. Untuk definisi, istilah dan beberapa graf khusus pada bagian ini bersumber dari Munir (2010)

Simpul pada graf dapat dinomori dengan huruf, seperti a, b, c,, v, w,, dengan bilangan asli 1, 2, 3,, atau gabungan keduanya. Sedangkan sisi yang menghubungkan simpul u dengan simpul v dinyatakan dengan pasangan (u, v) yang menghubungkan simpul u dengan simpul v , maka e dapat ditulis sebagai

$$e = (u, v) \dots \dots \dots (2.1)$$

secara geometri graf digambarkan sebagai kumpulan noktah (simpul) di dalam bidang dwimatra yang dihubungkan dengan sekumpulan garis (sisi).

B. Jenis-jenis Graf

Graf dapat dikelompokkan berdasarkan ada tidaknya *edge* nya yang paralel atau *loop*, jumlah vertexnya, berdasarkan ada tidaknya arah pada *edge* nya, ada tidaknya bobot pada *edge* nya, atau ada tidaknya hubungan dengan graf yang lain.

Berikut ini adalah jenis graf berdasarkan ada tidaknya *edge* yang paralel atau *loop*.

1. Graf Sederhana

Graf sederhana adalah graf yang tidak mempunyai *edge* ganda dan atau *loop*, (*loop* adalah *edge* yang menghubungkan sebuah vertex dengan dirinya sendiri).

Berikut adalah contoh graf sederhana:



Gambar 2.1 Graf Sederhana

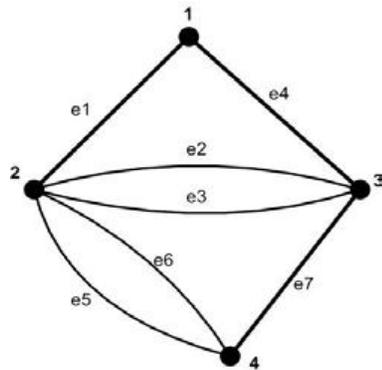
2. Graf Tak-Sederhana

Graf tak-sederhana adalah graf yang memiliki *edges* ganda dan atau *loop*.

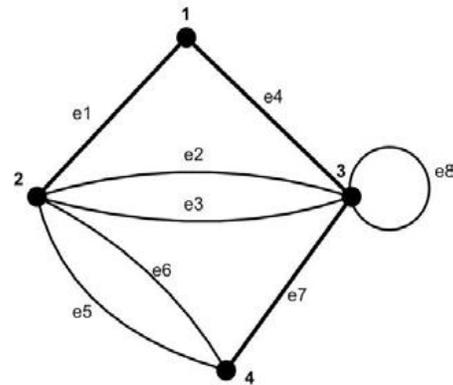
Graf tak sederhana dapat dibagi dua yaitu:

- Graf Ganda (*multigraph*), adalah graf yang mengandung *edge* ganda. Sisi ganda yang menghubungkan sepasang vertex bisa lebih dari dua buah.

- Graf semu (*pseudograph*), adalah graf yang mempunyai *loop*, termasuk juga graf yang mempunyai *loop* dan *edge* ganda karena itu graf semu lebih umum daripada graf ganda, karena graf semu *edge*-nya dapat terhubung dengan dirinya sendiri.



Gambar 2.2 Graf Ganda

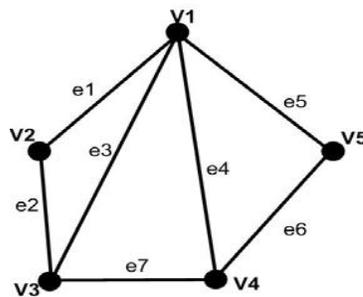


Gambar 2.3 Graf Semu

Selain berdasarkan ada tidaknya *edge* yang paralel atau *loop*, graf dapat juga dikelompokkan berdasarkan orientasi arah atau panah.

2.1 Graf tak-berarah (*undirected graph*)

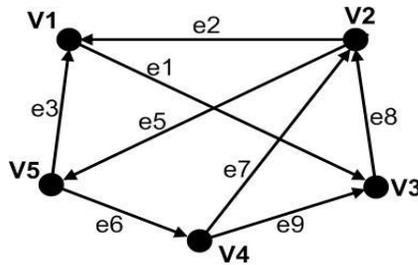
Graf tak berarah adalah graf yang *edge* nya tidak orientasi arah atau panah. Pada graf ini urutan pasangan verteks yang dihubungkan oleh *edge* tidak diperhatikan. Jadi $(v_j, v_k) = (v_k, v_j)$ adalah *edge* yang sama.



Gambar 2.4 Graf tak berarah

2.2 Graf Berarah (*directed graph* atau *digraph*)

Graf berarah adalah graf yang setiap *edge* nya memiliki orientasi arah atau panah. Pada graf berarah $(v_j, v_k) \neq (v_k, v_j)$.

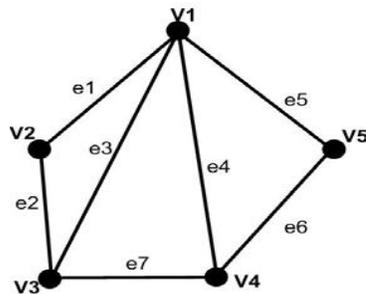


Gambar 2.5 Graf Berarah

Berdasarkan jumlah verteks pada suatu graf, maka secara umum graf dapat digolongkan menjadi dua jenis:

2.2.1 Graf Berhingga (*limited graph*)

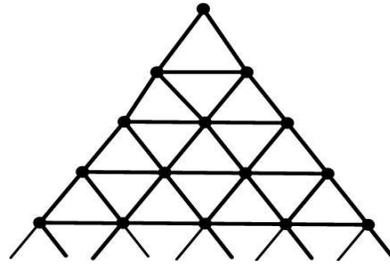
Graf berhingga adalah graf yang jumlah verteksnya, n , berhingga.



Gambar 2.6 Graf Berhingga

2.2.2 Graf tak-berhingga (*unlimited graph*)

Graf tak-berhingga adalah graf yang jumlah verteksnya, n , tidak berhingga banyaknya.



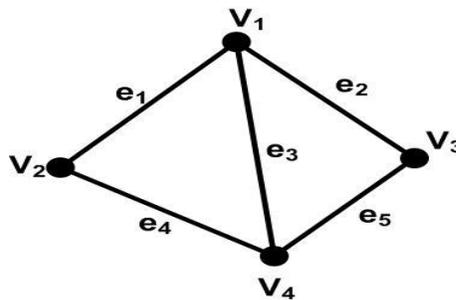
Gambar 2.7 Graf Tak Berhingga

C. Terminologi Dasar

Dibawah ini adalah beberapa terminologi (istilah) dasar yang berkaitan dengan graf.

1. Bertetangga (*Adjacent*)

Dua buah verteks pada graf tak berarah G dikatakan bertetangga bila keduanya terhubung langsung dengan sebuah *edge*. Dengan kata lain, v_i bertetangga dengan v_j jika (v_i, v_j) adalah sebuah *edge* pada graf G .



Gambar 2.8 Graf G_1

Pada gambar 2.8 verteks v_1 bertetangga dengan verteks v_2, v_3 dan v_4 . Verteks v_2 bertetangga dengan v_1 dan v_4 , tetapi tidak bertetangga dengan v_3 .

2. Bersisian (*incident*)

Untuk sembarang *edge* $e = (v_j, v_k)$, *edge* $e = (v_j, v_k)$, *edge* e dikatakan bersisian dengan verteks v_j dan verteks v_k . Pada gambar 2.8 *edge* e_1 bersisian dengan verteks v_1 dan verteks v_2 *edge* e_5 bersisian dengan verteks v_3 dan verteks v_4 , tetapi tidak bersisian dengan v_2 .

3. Derajat (*Degree*)

Derajat suatu verteks pada graf tak berarah adalah jumlah *edge* yang bersisian dengan verteks tersebut. Pada graf berarah, derajat verteks v dinyatakan dengan $din(v)$ dan $dout(v)$, yang dalam hal ini: $din(v)$ = derajat masuk (*in-degree*) = jumlah verteks yang masuk ke verteks v $dout(v)$ = derajat keluar (*out-degree*) = jumlah verteks yang keluar dari verteks v Dan $d(v) = din(v) + dout(v)$. Dalam hal ini $d(v)$ menyatakan derajat verteks.

4. Lintasan (*path*)

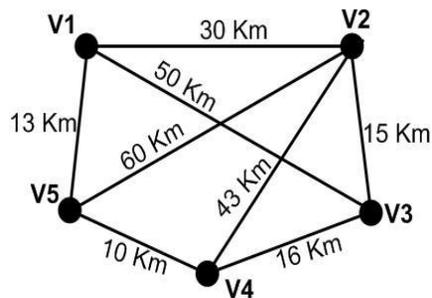
Lintasan yang panjangnya n dari *edge* awal v_0 ke verteks tujuan v_n di dalam graf G ialah barisan berselang-seling verteks-verteks dan *edge* -*edge* yang berbentuk $v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \dots, v_{n-1}, e_n, v_n$ sedemikian sehingga $e_1 = (v_0, v_1)$, $e_2 = (v_1, v_2)$, \dots , $e_n = (v_{n-1}, v_n)$ adalah *edge* -*edge* dari graf G . Sebuah lintasan dikatakan lintasan sederhana (*simple path*) jika semua verteksnya berbeda atau setiap *edge* yang dilalui hanya satu kali. Lintasan yang berawal dan berakhir pada verteks yang sama disebut lintasan tertutup (*closed path*) sedangkan lintasan yang memiliki verteks awal

dan verteks akhir yang berbeda disebut lintasan terbuka (*open path*). Pada gambar 2.8 lintasan v_1, v_2, v_4, v_3 merupakan lintasan sederhana yang juga lintasan terbuka. Lintasan v_1, v_2, v_4, v_3, v_1 merupakan lintasan sederhana yang juga lintasan tertutup. Sedangkan lintasan v_2, v_4, v_3, v_1, v_4 bukan merupakan lintasan sederhana, tetapi lintasan terbuka.

5. Graf Berbobot (*Weighted Graph*)

Graf berbobot adalah graf yang setiap sisinya diberikan sebuah harga (bobot). Bobot pada setiap sisi dapat menyatakan jarak antara dua buah kota, biaya perjalanan, waktu tempuh, ongkos produksi, dan sebagainya.

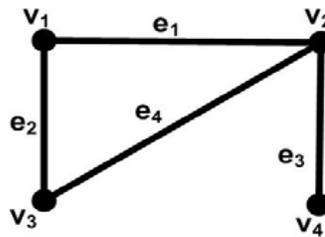
Dalam tugas akhir ini, bobot pada setiap graf menyatakan jarak antara dua buah kota dalam kilometer (km).



Gambar 2.9 Graf Berbobot

6. Sirkuit (*Circuit*) atau *Cycle*

Dalam satu graf terdapat suatu sirkuit apabila terdapat lintasan (path) yang mempunyai verteks awal dan verteks akhir sama.



Gambar 2.10 Sirkuit $v_1 - v_2 - v_3 - v_1$

Sebuah sirkuit dikatakan **sirkuit sederhana** (*simple circuit*) jika sirkuit tersebut memuat/melewati *edge* yang sama dua kali (setiap *edge* yang dilalui hanya satu kali). Sebuah sirkuit dikatakan **sirkuit dasar** (*elementary circuit*) jika sirkuit tersebut tidak memuat/melewati verteks yang sama dua kali (setiap verteks yang dilalui hanya satu kali, verteks awal dan akhir boleh sama).

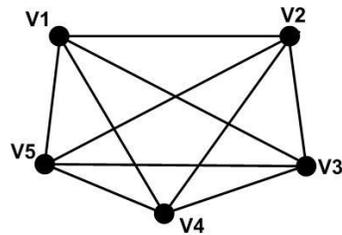
D. Graf Khusus

Terdapat beberapa jenis graf sederhana khusus. Berikut ini adalah beberapa graf khusus yang sering ditemui:

1. Graf Lengkap (*Complete Graph*)

Graf lengkap merupakan graf sederhana yang setiap verteksnya mempunyai *edge* ke semua verteks lainnya. Graf lengkap dengan n buah verteks dilambangkan dengan K_n . Setiap verteks pada K_n berderajat $n-1$. Jumlah *edge* pada graf lengkap

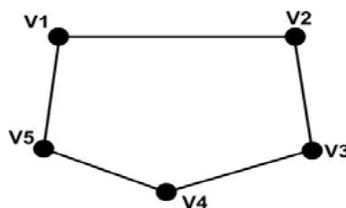
yang terdiri dari n buah verteks adalah $\frac{n(n-1)}{2}$.



Gambar 2.11 Graf Lengkap

2. Graf Lingkaran

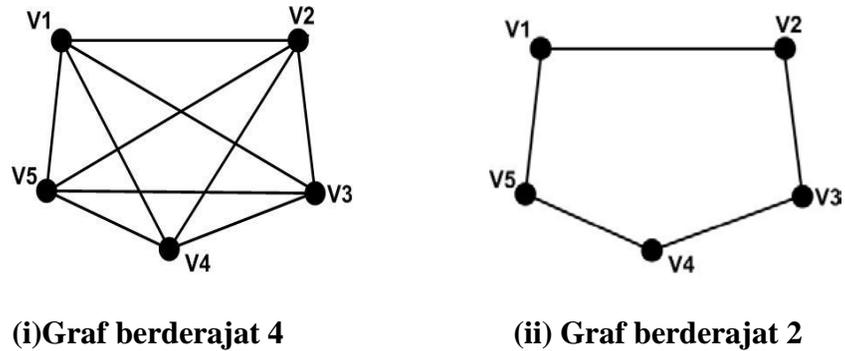
Graf Lingkaran adalah graf sederhana yang setiap vertexnya berderajat dua. Graf lingkaran dengan n verteks dilambangkan dengan C_n .



Gambar 2.12 Graf Lingkaran

3. Graf Teratur (*Regular Graphs*)

Graf teratur adalah graf yang setiap vertexnya mempunyai derajat yang sama. Apabila derajat setiap simpunya adalah r , maka graf tersebut disebut juga graf teratur derajat r . Graf lengkap K_n dan graf lingkaran juga merupakan graf teratur. Graf K_n berderajat $(n-1)$ sedangkan graf lingkaran berderajat 2. Jumlah sisi pada graf teratur berderajat r dengan n buah verteks adalah $\frac{nr}{2}$.

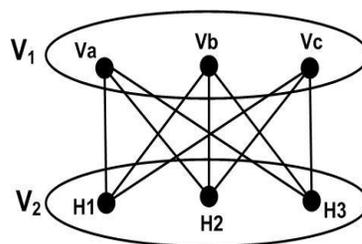


Gambar 2.13 Graf teratur derajat 4 dan 2

4. Graf Bipartit (*Bipartite Graph*)

Suatu graf sederhana G dikatakan Bipartit jika himpunan verteks-verteksnya V dapat dipecah menjadi dua himpunan bagian yang saling asing, X_1 dan X_2 sedemikian hingga setiap *edge* dalam grap G terhubung dengan sebuah verteks dalam V_1 dan sebuah verteks lainnya dalam V_2 .

Dengan demikian tidak ada *edge* dalam G yang terhubung dengan 2 verteks dalam V_1 atau dua verteks dalam V_2 .

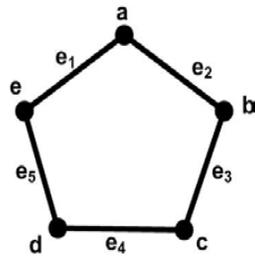
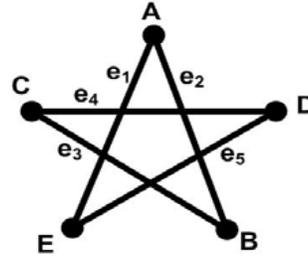


Gambar 2.14 Graf Bipartit

5. Graf Isomorfik (*Isomorphic Graph*)

Dua buah graf, G_1 dan G_2 dikatakan isomorfik jika terdapat korespondensi satu-satu antara verteks-verteks keduanya dan antara sisi-sisi keduanya sedemikian

sehingga jika sisi e bersisian dengan verteks u dan v di G_1 , maka sisi e' yang berkorespon di G_2 juga harus bersisian dengan verteks u' dan v' di G_2 .

(i) Graf G_1 (ii) Graf G_2

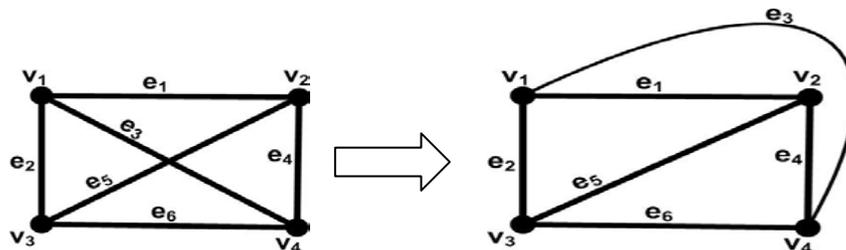
Gambar 2.15 Graf yang Isomorfik

Syarat-syarat dua buah graf dikatakan graf isomorfik yaitu :

- Mempunyai jumlah verteks yang sama
- Mempunyai jumlah *edge* yang sama
- Mempunyai jumlah verteks yang sama berderajat tertentu.

6. Graf Planar

Graf planar adalah suatu graf yang digambar dalam bidang datar dengan *edge*-nya tidak ada yang saling memotong.



(a)

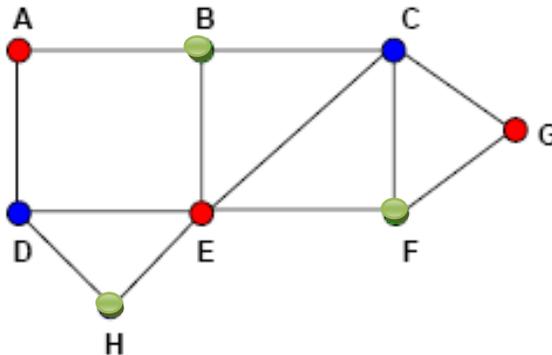
(b)

Gambar 2.16 Graf Planar K_4

Pada gambar graf $G (K_4)$ diatas, K_4 dapat digambar kembali tanpa ada *edge-edge* nya yang berpotongan, maka graf K_4 adalah suatu Graf Planar.

E. Pewarnaan Simpul

Pewarnaan simpul pada graf adalah proses pemberian warna pada simpul-simpul suatu graf sehingga tidak ada dua buah simpul yang bertetangga pada graf tersebut berwarna sama.



Gambar 2.17 Graf yang telah diwarnai

Gambar 2.17 merupakan sebuah contoh graf yang telah diwarnai masing-masing simpulnya dengan syarat pewarnaan simpul menggunakan tiga buah warna. Perhatikan bahwa tidak ada satupun simpul yang bertetangga yang berwarna sama.

Berdasarkan definisi pewarnaan simpul, kita bisa saja mewarnai graf pada gambar 2.17 dengan warna yang berbeda-beda untuk setiap simpulnya, sebab hasilnya masih memenuhi persyaratan dalam proses pewarnaan simpul. Hanya saja dalam aplikasinya pewarnaan graf dengan menggunakan warna yang sesedikit

mungkin sangat diperlukan. Jumlah warna minimum yang dibutuhkan oleh sebuah graf G sehingga seluruh simpulnya diwarnai tanpa ada sepasang simpul yang bertetangga berwarna sama disebut bilangan kromatik dari graf G dan dinotasikan dengan lambang $\chi(G)$. Graf pada gambar 2.17 memiliki bilangan kromatik 3, sehingga dinotasikan dengan $\chi(G_2) = 3$.

Beberapa graf tertentu dapat langsung ditentukan bilangan kromatiknya. Graf kosong N_n memiliki $\chi(G) = 1$, karena semua simpul tidak terhubung, jadi untuk mewarnai semua simpul cukup dibutuhkan satu warna saja. Graf lengkap K_n memiliki $\chi(G) = n$ sebab semua simpul saling terhubung sehingga diperlukan n buah warna. Graf bipartite $K_{m,n}$ mempunyai $\chi(G) = 2$, satu untuk simpul-simpul di himpunan V_1 dan satu lagi untuk simpul-simpul di V_2 . Graf lingkaran dengan n ganjil memiliki $\chi(G) = 3$, sedangkan jika n genap maka $\chi(G) = 2$. Sembarang pohon T memiliki $\chi(T) = 2$. Untuk graf-graf yang lain tidak dapat dinyatakan secara umum bilangan kromatiknya.

Masalah menentukan bilangan kromatik graf planar yang direpresentasikan sebagai graf bidang sudah banyak diteliti oleh para ilmuwan. Perkembangan hasil penelitian untuk menemukan bilangan kromatik itu dapat disajikan dalam teorema yang berurut dibawah (pembuktiannya tidak diberikan disini) :

Teorema 2.1 Bilangan kromatik graf planar tidak lebih dari 6 (Munir, 2010 : 426).

Teorema ini diperbaiki menjadi teorema 2.2:

Teorema 2.2 Bilangan kromatik graf planar tidak lebih dari 5 (Munir, 2010 : 426)

Puncak dari persoalan pewarnaan graf (*graph colouring*) ini muncul pada tahun 1976 sebagai hasil dari pemecahan persoalan 4 warna (*four colour problem*), yaitu salah satu persoalan yang sangat terkenal dalam teori graf (persoalan 4 warna diajukan pada tahun 1852). Persoalan 4 warna berbunyi: dapatkah sembarang graf planar diwarnai hanya dengan 4 warna saja? Jawaban dari persoalan ini ditemukan oleh Appel dan Haken yang menggunakan komputer untuk menganalisis hampir 2000 graf yang melibatkan jutaan kasus. Jawaban ini dinyatakan dalam teorema 2.3 berikut:

Teorema 2.3 Bilangan kromatik graf planar tidak lebih dari 4.

Pembuktian teorema ini sangat rumit dan menurut catatan sejarah pembuktiannya membutuhkan ratusan lembar kertas untuk menulisnya.

Pemecahan persoalan pewarnaan graf sangat berjasa dalam menentukan jumlah minimum warna yang dibutuhkan untuk mewarnai sembarang peta. Selama bertahun-tahun, lima buah warna adalah jumlah yang cukup untuk mewarnai sembarang peta. Setelah beberapa ratus tahun, persoalan ini berhasil dipecahkan oleh K. Appel dan W. Haken seperti yang dikembangkan pada teorema 3 di atas. Mereka berhasil memperlihatkan bahwa empat buah warna sudah cukup untuk mewarnai sembarang graf planar.

Contoh 2.1 :

Salah satu aplikasi penerapan pewarnaan graf dalam kehidupan sehari-hari adalah dalam penyusunan sebuah jadwal. Sebuah jadwal yang ada mula-mula dipetakan

menjadi bentuk graf terlebih dahulu. Proses pewarnaan graf ini nantinya akan dilakukan pada graf yang terbentuk. Pemetaan dilakukan dengan mengasumsikan bahwa setiap jadwal adalah sebuah *vertex* (simpul) dan urutan jadwal atau dua jadwal yang tidak bisa diadakan bersamaan dipetakan dengan membuat *edge*(sisi) antara dua titik tersebut. Untuk kapasitas ruang yang ada akan dimodelkan dengan batasan jumlah warna sama yang bisa digunakan untuk mewarnai simpul.

Setelah proses pewarnaan graf telah selesai, setiap simpul pada graf hasil pewarnaan tersebut akan memiliki warna sama yang berbeda-beda. Dari warnawarna tersebut akan diketahui bahwa simpul dengan warna yang sama bisa dijadwalkan bersamaan sedangkan untuk simpul dengan warna yang berlainan harus dijadwalkan berbeda. Jumlah warna yang digunakan menunjukkan banyaknya jadwal yang harus disusun dalam melakukan penyusunan jadwal. Karena penulis adalah seorang mahasiswa, disini penulis akan mengambil contoh bagaimana menyusun jadwal kuliah dengan metode pewarnaan graf ini. Misalkan terdapat himpunan delapan orang mahasiswa,

$$M = \{1, 2, 3, 4, \dots, 8\}$$

Dan lima buah mata kuliah yang dapat dipilih oleh kedelapan mahasiswa tersebut,

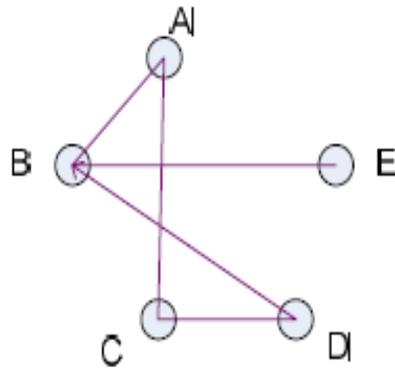
$$MK = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

Tabel berikut memperlihatkan matriks lima mata kuliah dan delapan orang mahasiswa.

Tabel 2.1
Mata Kuliah yang Diambil Oleh Delapan Orang Mahasiswa

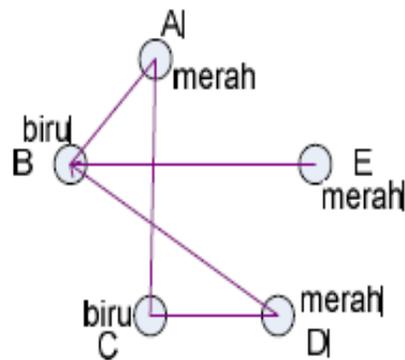
Mahasiswa Ke-	A	B	C	D	E
1	0	1	0	0	1
2	0	1	0	1	0
3	0	0	1	1	0
4	1	1	0	0	0
5	0	1	0	1	0
6	0	0	1	1	0
7	1	0	1	0	0
8	0	0	1	1	0

Pada tabel tersebut terlihat matriks lima mata kuliah dan delapan orang mahasiswa. Angka 1 pada elemen (i, j) menandakan bahwa mahasiswa I memilih mata kuliah j , sedangkan angka 0 menyatakan bahwa mahasiswa tersebut tidak memilih mata kuliah j . Berdasarkan tabel tersebut, akan ditentukan sebuah jadwal ujian sedemikian sehingga semua mahasiswa dapat mengikuti semua ujian mata kuliah tersebut. Oleh karena itu tidak boleh terdapat jadwal ujian mata kuliah yang bertabrakan dengan jadwal ujian mata kuliah lainnya yang juga diambil oleh mahasiswa tersebut. Ujian dua buah mata kuliah dapat dijadwalkan pada waktu yang sama jika tidak ada mahasiswa yang sama yang mengikuti ujian dua mata kuliah tersebut. Penyelesaian untuk masalah ini sama dengan persoalan menentukan bilangan kromatik untuk sebuah graf. Pertama-tama, persoalan tersebut dipetakan ke dalam sebuah graf, dimana setiap simpul dalam graf tersebut menyatakan mata kuliah. Dan sisi yang menghubungkan dua simpul menyatakan ada mahasiswa yang memilih kedua mata kuliah tersebut.



Gambar 2.18 Graf Mata Kuliah Delapan Orang Mahasiswa

Dapat dilihat pada graf tersebut bahwa apabila terdapat dua buah simpul yang dihubungkan oleh kedua sisi, maka ujian kedua mata kuliah tersebut tidak dapat diadakan secara bersamaan. Simpul (mata kuliah) tidak boleh mendapat alokasi waktu (warna simpul) yang sama. Warna-warna yang berbeda dapat diberikan kepada simpul-simpul graf tersebut. Jadwal yang efisien adalah jadwal yang memungkinkan waktu sedikit mungkin untuk melaksanakan semua kegiatan tersebut. Oleh karena itu, disini yang akan dicari adalah bilangan kromatik graf tersebut, $\chi(G)$. Dalam mengerjakan pewarnaan graf ini, dapat menggunakan langkah-langkah pewarnaan graf secara umum. Semua cara tergantung kepada individu yang akan menyusun sebuah jadwal itu sendiri. Pada graf persoalan diatas, ditemukan bahwa bilangan kromatik graf tersebut adalah dua. Oleh karena itu simpul pada graf tersebut dapat diwarnai oleh dua macam warna yang menandakan bahwa ujian-ujian kelima mata kuliah tersebut dapat dilaksanakan hanya pada dua waktu saja. Berikut merupakan gambar graf persoalan ini yang telah diberi warna.



Gambar 2.19 Graf yang Telah Diberi Warna Tiap Simpulnya

Pada gambar diatas, terlihat bahwa ujian untuk mata kuliah A, D, dan E dapat dilaksanakan pada waktu yang bersamaan, begitu pula dengan mata kuliah B dan C. Perbedaan warna simpul menunjukkan bahwa ujian mata kuliah tersebut dilaksanakan pada waktu yang berbeda.

F. Algoritma Welch Powell

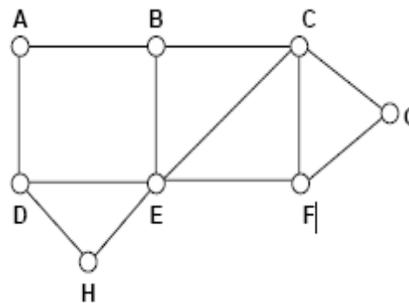
Algoritma Welch Powell dapat digunakan untuk mewarnai sebuah graf G secara efisien. Algoritma ini tidak selalu memberikan jumlah warna minimum yang diperlukan untuk mewarnai G , namun algoritma ini cukup praktis untuk digunakan dalam pewarnaan simpul sebuah graf. *Algoritma Welch Powell* hanya cocok digunakan untuk graf dengan orde yang kecil. Oleh karena itu *algoritma Welch Powell* hanya dapat menentukan batas atas warna. Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut.

1. Urutkan simpul-simpul dari G dalam derajat yang menurun (urutan seperti ini mungkin tidak unik karena beberapa simpul mungkin berderajat sama).

2. Gunakan satu warna untuk mewarnai simpul pertama (yang mempunyai derajat tertinggi) dan simpul-simpul lain (dalam urutan yang berurut) yang tidak bertetangga dengan simpul pertama ini.
3. Mulai lagi dengan simpul derajat tertinggi berikutnya di dalam daftar terurut yang belum diwarnai dan ulangi proses pewarnaan simpul dengan menggunakan warna kedua.
4. Ulangi penambahan warna-warna sampai semua simpul telah diwarnai.

Contoh 2.2 :

Misalkan kita ingin mewarnai simpul graf di bawah ini



Gambar 2.20 Graf yang akan diwarnai simpulnya

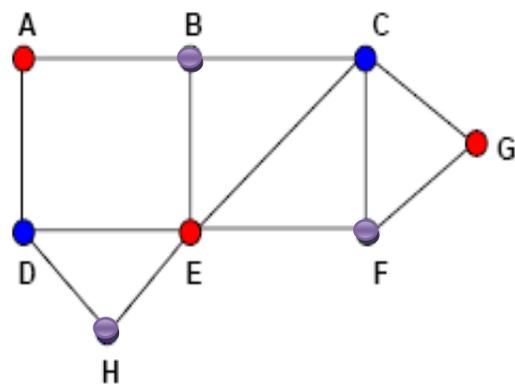
Graf yang akan diwarnai simpulnya dengan *Algoritma Welch Powell*

Langkah-langkah yang akan dilakukan adalah:

1. Urutkan simpul berdasarkan derajatnya dari tertinggi ke rendah : Simpul berderajat tertinggi adalah E, yaitu 5 (mempunyai 5 ruas) kemudian simpul C berderajat 4, B, D, F masing-masing berderajat 3 dan A, H, G masing-masing berderajat 2. Jadi urutannya adalah : A, C, B, D, F, A, H, G

2. Ambil warna pertama, misalnya Merah. Beri warna merah simpul E (karena E adalah simpul urutan pertama). Kemudian cari simpul yang tidak berdampingan dengan simpul E, beri warna yang sama (merah)
3. Diberikan warna yang sama pada simpul A dan G dengan warna simpul E yaitu merah karena simpul A dan G tidak berdampingan dengan simpul E. Sehingga diperoleh urutan simpul yang belum diberi warna adalah C, B, D, F dan H.
4. Ambil warna kedua, misalnya Biru. Warnai simpul C (karena simpul C sekarang ada di urutan pertama). Kemudian cari simpul yang tidak berdampingan dengan simpul C beri warna yang sama (Biru)
5. Diberikan warna yang sama pada simpul D dengan warna simpul C yaitu biru karena simpul D tidak berdampingan dengan simpul C. Sehingga diperoleh urutan simpul yang belum diberi warna adalah B, F dan H.
6. Mengambil warna ketiga, misalnya warna ungu. Lalu warna tersebut ditambahkan pada simpul B, F dan H (simpul B, F dan H tidak bertetangga).

Dan hasil pewarnaan graf tersebut adalah:



Gambar 2.21 Hasil Pewarnaan Graf

G. Gambaran Umum Kabupaten Serdang Bedagai

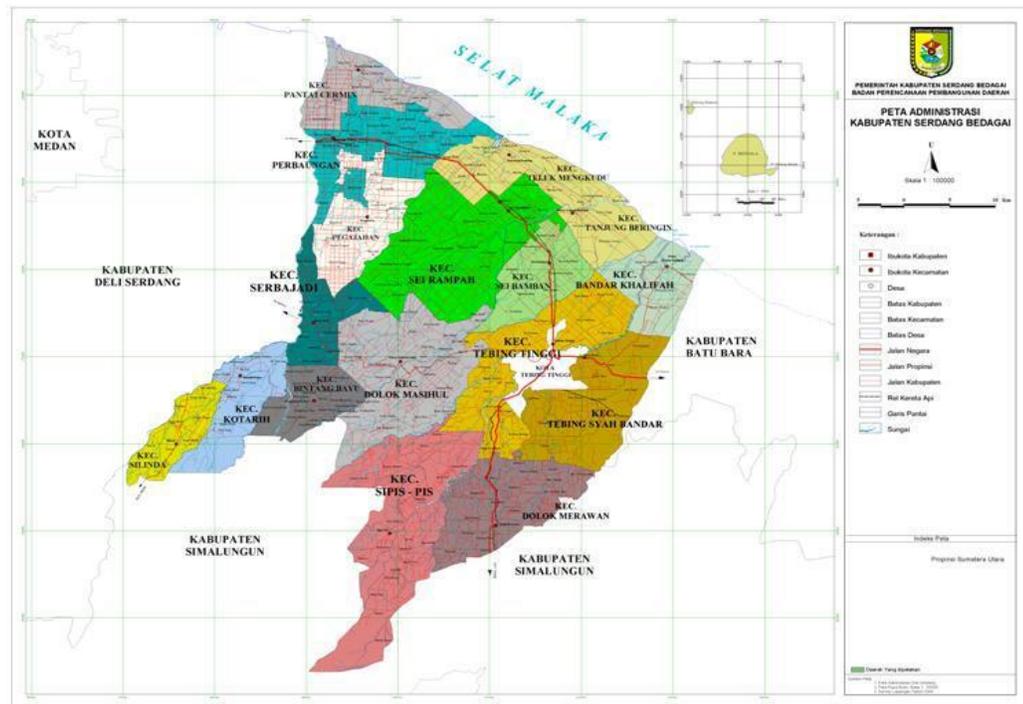
Kabupaten Serdang Bedagai merupakan salah satu kabupaten yang berada di kawasan pantai timur Sumatera Utara. Secara geografis kabupaten Serdang Bedagai terletak pada posisi $3^{\circ} 01'2,5''$ - $3^{\circ} 46'33''$ Lintang Utara, $98^{\circ}44'22''$ - $99^{\circ}19'01''$ Bujur Timur dengan ketinggian berkisar 0-500 meter di atas permukaan laut.

Kabupaten Serdang Bedagai memiliki area seluas $1.900,22 \text{ Km}^2$ (190.022 Ha) yang terdiri dari 17 kecamatan dan 243 Desa/Kelurahan.

Secara administratif kabupaten Serdang Bedagai berbatasan dengan beberapa daerah, yaitu :

Sebelah Utara	: Selat Malaka
Sebelah Timur	: Kabupaten Batu Bara dan Simalungun
Sebelah Selatan	: Kabupaten Simalungun
Sebelah Barat	: Kabupaten Deli Serdang

Berikut ini adalah gambar peta kabupaten Serdang Bedagai :



Gambar 2.22 Peta Administrasi Kabupaten Serdang Bedagai

Kabupaten Serdang Bedagai memiliki 17 kecamatan yang terdiri dari wilayah dataran tinggi dan dataran rendah diantaranya 5 kecamatan merupakan kawasan pesisir yakni: kecamatan Pantai Cermin, Perbaungan, Teluk Mengkudu, Tanjung Beringin dan Bandar Khalipah.

Ibukota Kabupaten Serdang Bedagai terletak di Kecamatan Sei Rampah yaitu kota Sei Rampah. Bila dilihat dari luas wilayah per kecamatan berdasarkan jumlah 17 (tujuh belas) kecamatan, maka dapat dilihat kecamatan Dolok Masihul mempunyai proporsi terluas 237.417 Km^2 (12,49 % dari luas wilayah kabupaten Serdang Bedagai), sedangkan kecamatan yang paling kecil wilayahnya adalah kecamatan

Serba Jadi dengan luas 50.690 Km^2 (2,67% dari luas wilayah kabupaten Serdang Bedagai). Untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada peta dan tabel berikut :

Tabel 2.2
Luas Wilayah Kabupaten Serdang Bedagai Per Kecamatan

No	Kecamatan	Ibu Kota Kecamatan	Kelurahan	Desa	Luas / Area (Km^2)	Persentase (%)
1.	Kotarih	Kotarih	-	11	78,024	4,11
2.	Silinda	Tarean	-	9	56,740	2,99
3.	Bintang Bayu	Bintang Bayu	-	19	95,586	5,03
4.	Dolok Masihul	Dolok Masihul	1	27	237,417	12,49
5.	Serba Jadi	Serba Jadi	-	10	50,690	2,67
6.	Sipispis	Sipispis	-	20	145,259	7,64
7.	Dolok Merawan	Dolok Merawan	-	17	120,600	6,35
8.	Tebing Tinggi	Tebing Tinggi	-	14	182,291	9,59
9.	Tebing Syahbandar	Paya Pasir	-	10	120,297	6,33
10.	Bandar Khalipah	Bandar Khalipah	-	5	116,000	6,10
11.	Tanjung Beringin	Tanjung Beringin	-	8	74,170	3,90
12.	Teluk Mengkudu	Sialang Buah	-	12	66,950	3,52
13.	Sei Rampah	Sei Rampah	-	17	198,900	10,47
14.	Sei Baman	Sei Baman	-	10	72,260	3,80
15.	Perbaungan	Perbaungan	4	24	111,620	5,87
16.	Pegajahan	Pegajahan	1	13	93,120	4,90
17.	Pantai Cermin	Pantai Cermin	-	12	80,296	4,23
Jumlah			6	237	1.900,220	100,00

BAB III

METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan dengan mempelajari karya-karya ilmiah yang disajikan dalam bentuk buku, tesis ataupun paper yang relevan dengan topik pembahasan.

A. Tempat dan Waktu Penelitian

Tempat yang dilakukan dalam penelitian ini ialah di Perpustakaan Universitas Muhammadiyah Sumatera Utara. Dan dilaksanakan dari bulan Desember sampai dengan Februari 2017.

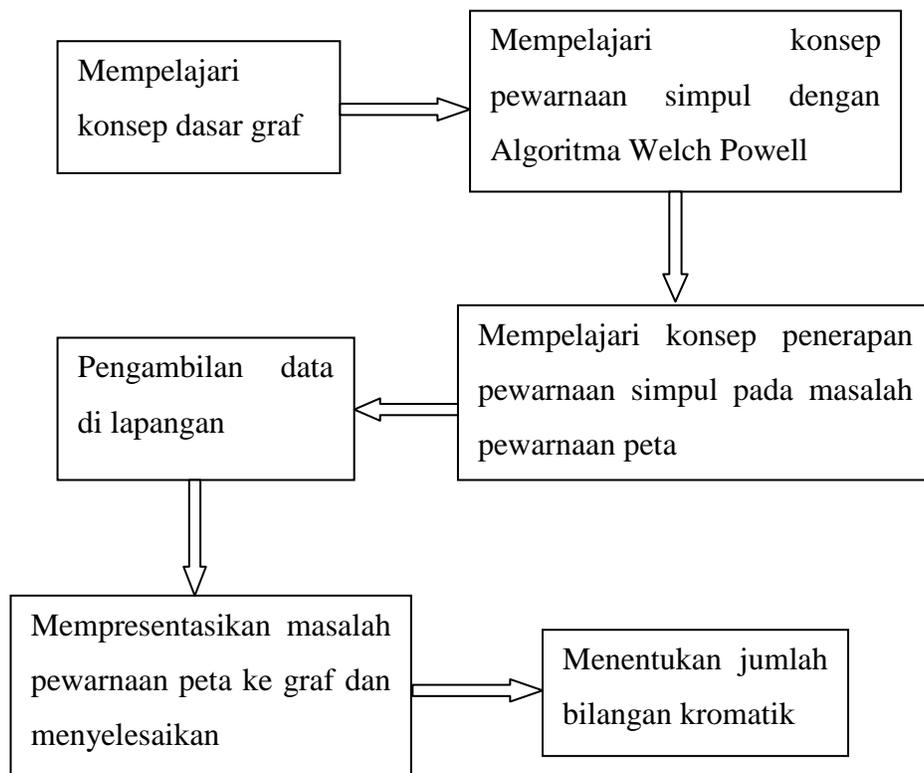
B. Alur Penelitian

1. Persiapan

- a. Studi pustaka, yaitu mengambil bahan-bahan dari beberapa buku, jurnal, artikel dan tesis yang berkaitan dengan graf khususnya pewarnaan graf
- b. Studi lapangan, yaitu dengan mencari informasi terkait dengan pewarnaan peta untuk kabupaten Serdang Bedagai.

Penelitian ini dimulai dengan mempelajari konsep dasar yang berkaitan dengan pewarnaan simpul, *Algoritma Welch Powell* dan masalah pewarnaan peta kabupaten Serdang Bedagai. Selanjutnya dilakukan pengambilan data, mempresentasikan ke graf kemudian menyelesaikannya dengan pewarnaan simpul

menggunakan *Algoritma Welch Powell*. Lebih lanjut langkah-langkah penelitian dapat disajikan dalam alur dibawah ini :

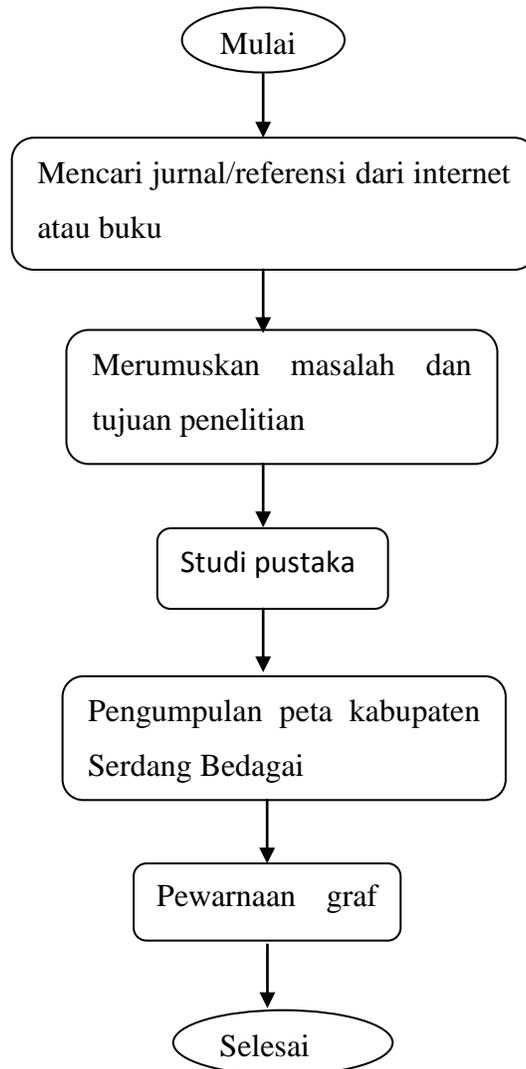


Gambar 3.1 Langkah-langkah penelitian

2. Pengumpulan Data

Pada pengumpulan data untuk penelitian ini data yang diambil ialah data primer. Data primer yaitu data yang diperoleh secara langsung dari objek yang akan diteliti. Sehingga pengumpulan data pada penelitian ini diperoleh dengan pengamatan langsung dari tempat penelitian.

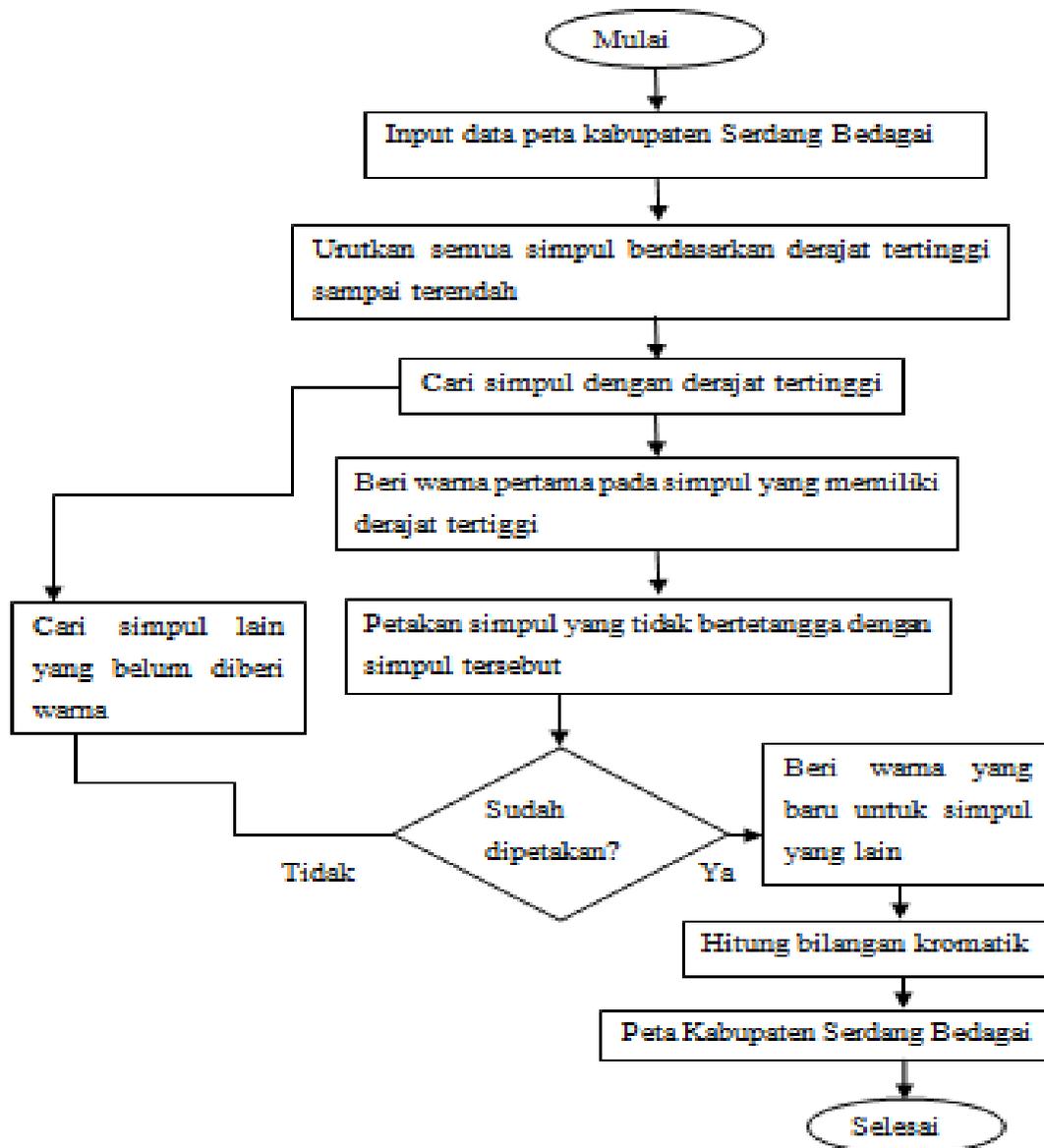
Adapun tahap-tahap penelitian yang disajikan dalam bentuk skema penelitian seperti berikut :



Gambar 3.2 Skema penelitian

3. Analisis Data

Algoritma dalam pewarnaan simpul graf dapat digambarkan dalam *flowchart* sebagai berikut :



Gambar 3.3 *Flowchart* algoritma pewarnaan simpul

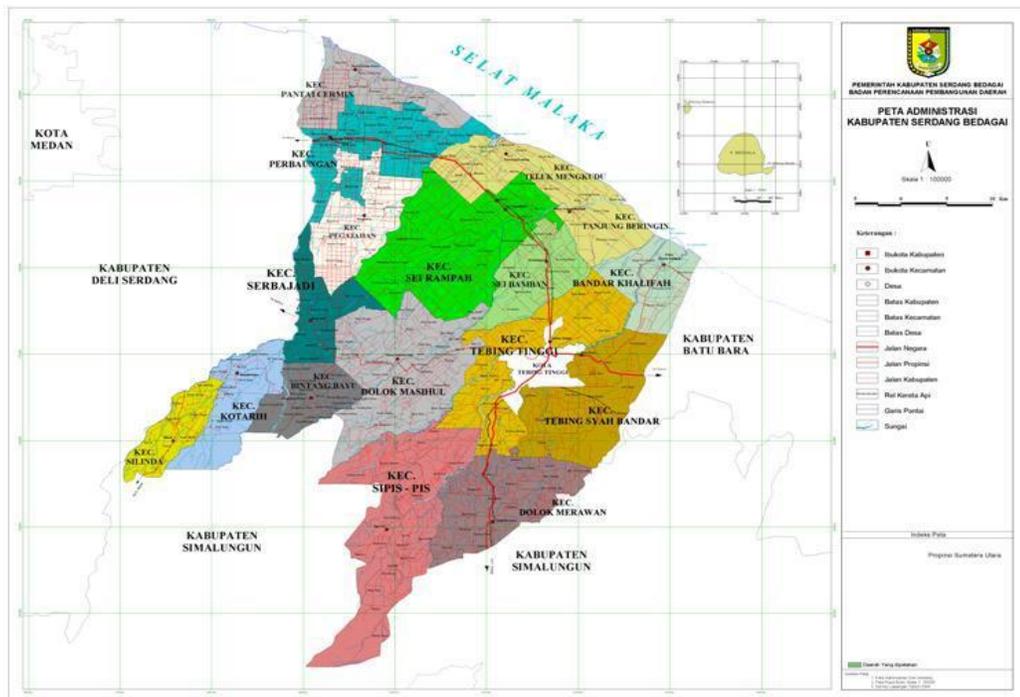
BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN PENELITIAN

A. Deskripsi Hasil Penelitian

Peneliti melakukan observasi dan pengumpulan data mengenai peta kabupaten Serdang Bedagai.

Berdasarkan hasil observasi dan pengumpulan data yang dilakukan diperoleh bahwa kabupaten Serdang Bedagai terdiri dari 17 kecamatan. Berikut hasil dari observasi dan pengumpulan data yang telah dilakukan:



Gambar 4.1 Peta Administrasi Kabupaten Serdang Bedagai

Secara administrasi Pemerintah Indonesia, Provinsi Sumatera Utara dibagi menjadi 17 kecamatan, yaitu sebagai berikut :

Tabel 4.1
17 Kecamatan Kabupaten Serdang Bedagai

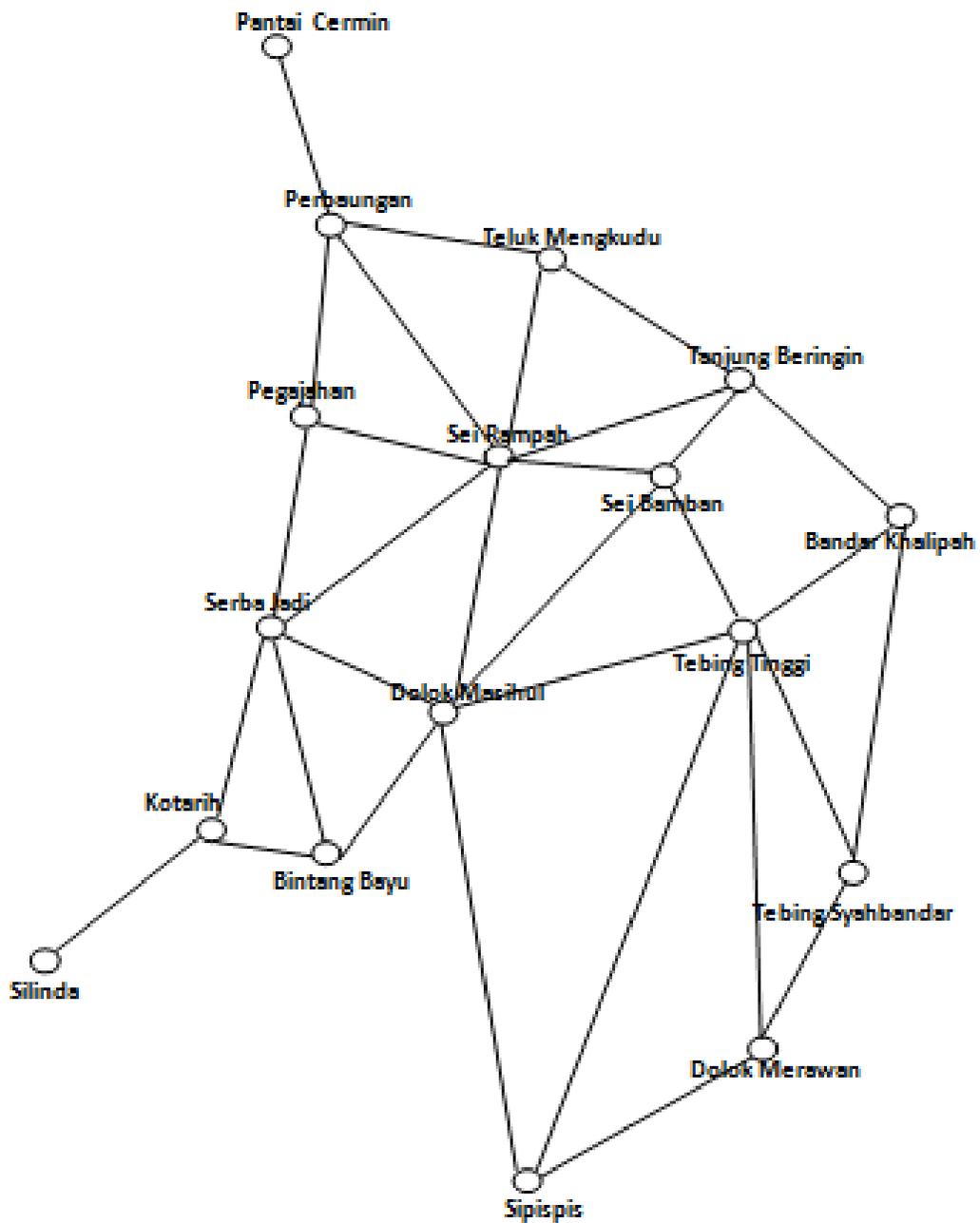
No.	Kecamatan
1.	Kotarih
2.	Silinda
3.	Bintang Bayu
4.	Dolok Masihul
5.	Serba Jadi
6.	Sipispis
7.	Dolok Merawan
8.	Tebing Tinggi
9.	Tebing Syahbandar
10.	Bandar Khalipah
11.	Tanjung Beringin
12.	Teluk Mengkudu
13.	Sei Rampah
14.	Sei Bamban
15.	Perbaungan
16.	Pegajahan
17.	Pantai Cermin

Gambaran bentuk graf wilayah dari peta Kabupaten Serdang Bedagai. Dimana kabupaten Serdang Bedagai terbagi atas dari 17 kecamatan. Dapat dilihat gambar dibawah ini :



Gambar 4.2 Graf Wilayah Kabupaten Serdang Bedagai

Dari gambar graf wilayah diatas, berikut ini adalah bentuk graf peta kabupaten Serdang Bedagai yang telah disesuaikan dengan gambar tersebut :



Gambar 4.3 Graf Peta Kabupaten Serdang Bedagai

Gambar 4.3 diatas merupakan graf kabupaten Serdang Bedagai yang akan diberi warna untuk menentukan jumlah bilangan kromatik dengan menggunakan *Algoritma Welch Powell*.

Berikut ini langkah-langkah untuk melakukan pewarnaan graf pada peta kabupaten Serdang Bedagai dengan menggunakan *Algoritma Welch Powell* :

1. Urutkan simpul berdasarkan derajatnya dari tinggi ke rendah.

Tabel 4.2
Kecamatan Berdasarkan Derajatnya dari Tertinggi ke Rendah

Kecamatan	Derajat	Kecamatan	Derajat
Dolok Masihul	6	Pegajahan	3
Sei Rampah	6	Kotarih	3
Tebing Tinggi	6	Bintang Bayu	3
Serba Jadi	5	Tebing Syahbandar	3
Sei Bambi	5	Sipispis	3
Tanjung Beringin	4	Dolok Merawan	3
Bandar Khalipah	4	Pantai Cermin	1
Perbaungan	3	Silinda	1
Teluk Mengkudu	3		

2. Ambil warna pertama yaitu warna (merah). Beri warna merah pada simpul pertama yang sudah diurutkan pada tabel diatas. Kemudian cari simpul yang tidak berdampingan dengan simpul pertama tadi dan beri warna yang sama yaitu warna merah.

Dari tabel 4.2 diatas derajat simpul yang terbesar adalah kecamatan Dolok Masihul (6). Warnai kecamatan **Dolok Masihul** dengan warna **Merah**.

Selanjutnya kecamatan yang tidak bertetangga dengan kecamatan Dolok Masihul yaitu:

Tabel 4.3
Kecamatan yang Tidak Bertetangga dengan Kecamatan Dolok Masihul

Kecamatan	Derajat	Kecamatan	Derajat
Tanjung Beringin	4	Kotarih	3
Bandar Khalipah	4	Tebing Syahbandar	3
Perbaungan	3	Dolok Merawan	3
Teluk Mengkudu	3	Pantai Cermin	1
Pegajahan	3	Silinda	1

Dari tabel 4.3 ada 10 kecamatan yang tidak bertetangga dengan kecamatan Dolok Masihul dan kecamatan yang berderajat terbesar adalah kecamatan Tanjung Beringin (4), warnai kecamatan **Tanjung Beringin** dengan warna **merah**.

Selanjutnya kecamatan yang tidak bertetangga dengan kecamatan Tanjung Beringin yaitu:

Tabel 4.4
Kecamatan yang Tidak Bertetangga dengan Kecamatan Tanjung Beringin

Kecamatan	Derajat	Kecamatan	Derajat
Perbaungan	3	Dolok Merawan	3
Pegajahan	3	Pantai Cermin	1
Kotarih	3	Silinda	1
Tebing Syahbandar	3		

Dari tabel 4.4 ada 7 kecamatan yang tidak bertetangga dengan kecamatan Tanjung Beringin dan kecamatan yang berderajat tertinggi adalah kecamatan Perbaungan (3), warnai kecamatan **Perbaungan** dengan warna **merah**.

Selanjutnya kecamatan yang tidak bertetangga dengan kecamatan Perbaungan yaitu:

Tabel 4.5
Kecamatan yang Tidak Bertetangga dengan Kecamatan Perbaungan

Kecamatan	Derajat
Kotarih	3
Tebing Syahbandar	3
Dolok Merawan	3
Silinda	1

Dari tabel 4.5 ada 4 kecamatan yang tidak bertetangga dengan kecamatan Perbaungan dan kecamatan yang berderajat terbesar adalah kecamatan Kotarih (3), warnai kecamatan **Kotarih** dengan warna **merah**.

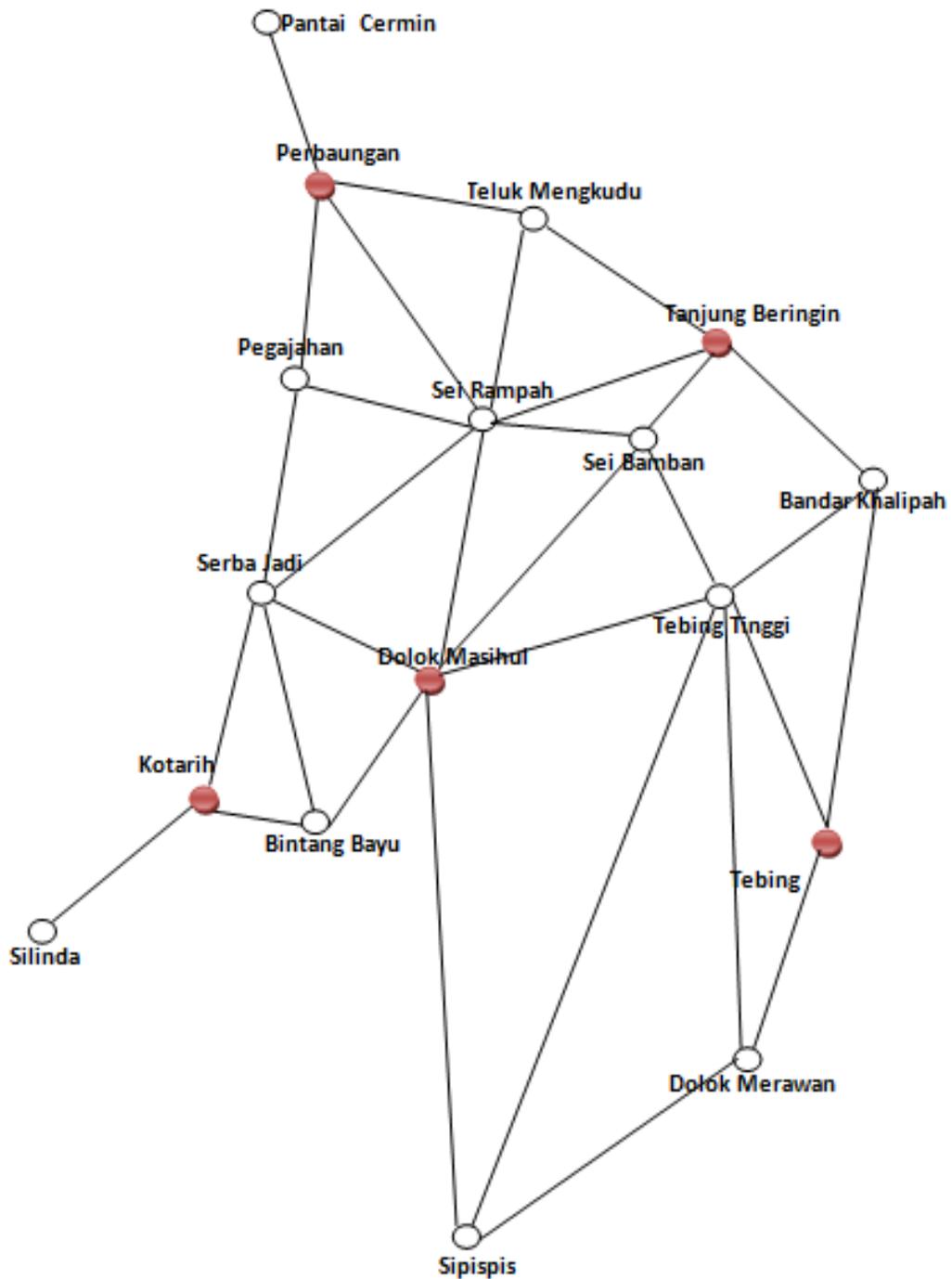
Selanjutnya kecamatan yang tidak bertetangga dengan kecamatan Kotarih yaitu:

Tabel 4.6
Kecamatan yang Tidak Bertetangga dengan Kecamatan Kotarih

Kecamatan	Derajat
Tebing Syahbandar	3
Dolok Merawan	3

Dari tabel 4.6 ada 2 kecamatan yang tidak bertetangga dengan kecamatan Kotarih dan kecamatan yang berderajat terbesar adalah kecamatan Tebing Syahbandar (3), warnai kecamatan **Tebing Syahbandar** dengan warna **merah**. Karena kecamatan Tebing Syahbandar bertetangga dengan kecamatan Dolok Merawan, maka simpul pada kecamatan yang diberi warna merah berakhir pada simpul kecamatan Tebing Syahbandar.

Tahap pertama graf colouring peta kabupaten Serdang Bedagai telah diselesaikan. Ada 5 kecamatan yang telah diwarnai diantaranya : kecamatan Dolok Masihul (6), kecamatan Tanjung Beringin (4), kecamatan Perbaungan (3), kecamatan Kotarih (3), kecamatan Tebing Syahbandar (3). Warna yang digunakan untuk mewarnai 5 kecamatan tersebut ialah warna merah. Maka warna pertama adalah warna merah. Warna yang digunakan untuk pemberian warna pada simpul kecamatan dapat diberikan sesuai keinginan.



Gambar 4.4 Tahap Pertama *Graf Colouring* Peta Kabupaten Serdang Bedagai yang Disesuaikan dengan Langkah-langkah *Algoritma Welch Powell*

3. Gunakan warna kedua (orange) untuk mewarnai simpul dengan derajat tertinggi berikutnya. Dibawah ini adalah simpul kecamatan yang belum diberi warna:

Tabel 4.7
Simpul Kecamatan yang Belum Diberi Warna

Kecamatan	Derajat	Kecamatan	Derajat
Sei Rampah	6	Pegajahan	3
Tebing Tinggi	6	Bintang Bayu	3
Serba Jadi	5	Sipispis	3
Sei Bamban	5	Dolok Merawan	3
Bandar Khalipah	4	Pantai Cermin	1
Teluk Mengkudu	3	Silinda	1

Dari tabel 4.7 diatas derajat simpul tertinggi adalah kecamatan Sei Rampah dan kecamatan Tebing Tinggi (6). Plih salah satu diantara kedua kecamatan tersebut yaitu: kecamatan Sei Rampah, warnai kecamatan **Sei Rampah** dengan warna **Orange**

Selanjutnya kecamatan yang tidak bertetangga dengan kecamatan Sei Rampah yaitu :

Tabel 4.8
Kecamatan yang Tidak Bertetangga dengan Kecamatan Sei Rampah

Kecamatan	Derajat	Kecamatan	Derajat
Tebing Tinggi	6	Dolok Menampang	3
Bandar Khalipah	4	Pantai Cermin	1
Bintang Bayu	3	Silinda	1

Sipispis	3		
----------	---	--	--

Dari tabel 4.8 ada 7 kecamatan yang tidak bertetangga dengan kecamatan Sei Rampah dan kecamatan yang berderajat tertinggi adalah kecamatan Tebing Tinggi (6), warnai kecamatan **Tebing Tinggi** dengan warna **orange**.

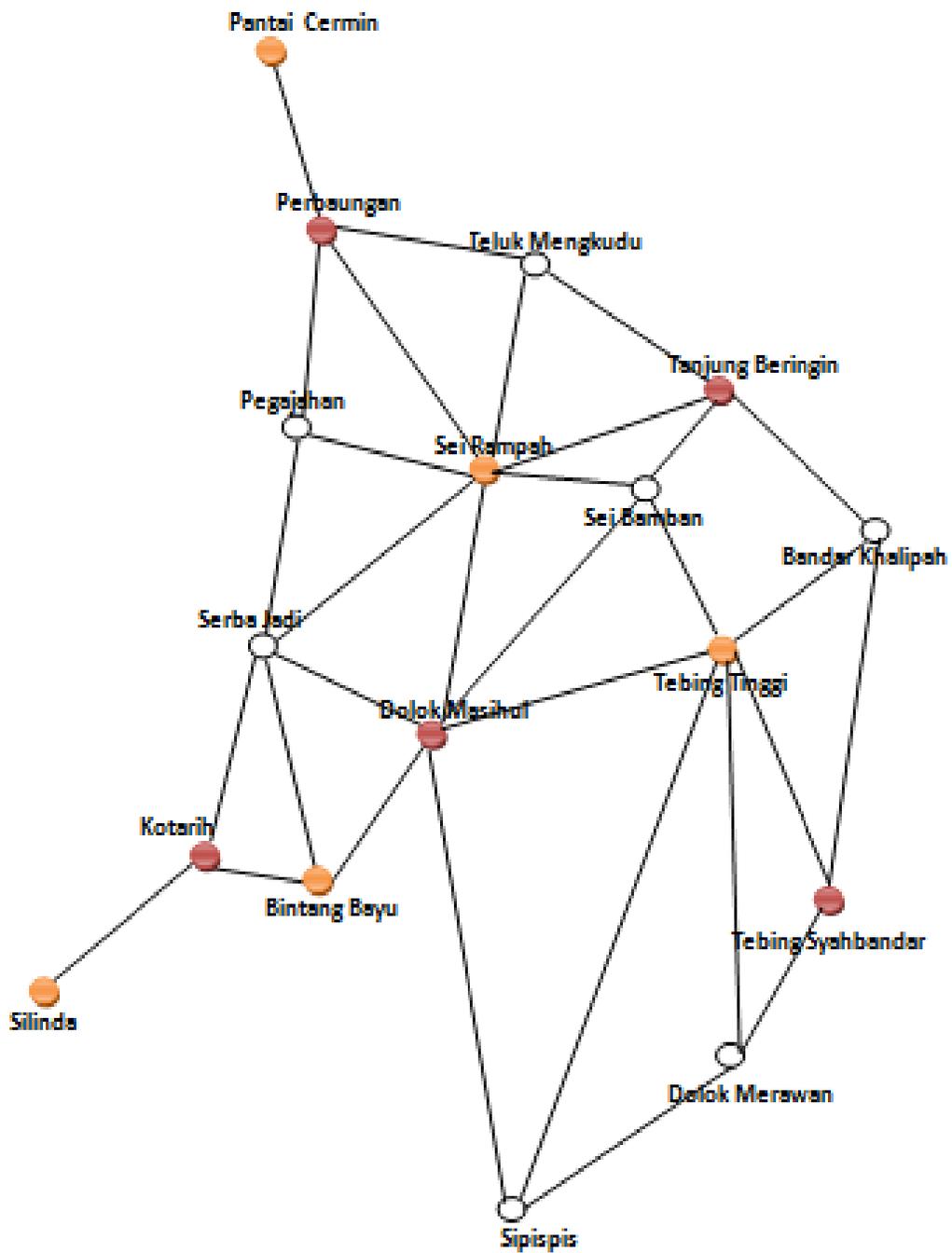
Selanjutnya kecamatan yang tidak bertetangga dengan kecamatan Tebing Tinggi yaitu:

Tabel 4.9
Kecamatan yang Tidak Bertetangga dengan Kecamatan Tebing Tinggi

Kecamatan	Derajat
Bintang Bayu	3
Pantai Cermin	1
Silinda	1

Dari tabel 4.9 diatas ada 3 kecamatan yang tidak bertetangga dengan kecamatan Tebing Tinggi yaitu **kecamatan Bintang Bayu (3), kecamatan Pantai Cermin (1), kecamatan Silinda (1)**. Ketiga kecamatan tersebut tidak saling bertetangga. Warnai ketiga simpul kecamatan dengan warna **orange**.

Tahap kedua graf colouring peta kabupaten Serdang Bedagai telah diselesaikan. Ada 5 kecamatan yang telah diwarnai diantaranya : kecamatan Sei Rampah (6), kecamatan Tebing Tinggi (6), kecamatan Bintang Bayu (3), kecamatan Pantai Cermin (1), kecamatan Silinda (1). Warna yang digunakan untuk mewarnai 5 kecamatan tersebut ialah warna orange. Maka warna kedua adalah warna orange.



Gambar 4.5 Tahap Kedua *Graf Colouring* Peta Kabupaten Serdang Bedagai yang Disesuaikan dengan Langkah-langkah *Algoritma Welch Powell*

4. Ulangi penambahan warna sampai semua simpul terwarnai.

Dibawah ini adalah simpul kecamatan yang belum diberi warna:

Tabel 4.10
Simpul Kecamatan yang Belum Diberi Warna

Kecamatan	Derajat	Kecamatan	Derajat
Serba Jadi	5	Pegajahan	3
Sei Bambi	5	Sipispis	3
Bandar Khalipah	4	Dolok Merawan	3
Teluk Mengkudu	3		

Dari tabel 4.10 diatas derajat simpul tertinggi adalah kecamatan Serba Jadi dan kecamatan Sei Bambi (5). Pilih salah satu diantara kedua kecamatan tersebut yaitu: kecamatan Serba Jadi, warnai kecamatan **Serba Jadi** dengan warna **Hijau**

Selanjutnya kecamatan yang tidak bertetangga dengan kecamatan Serba Jadi yaitu :

Tabel 4.11
Kecamatan yang Tidak Bertetangga dengan Kecamatan Serba Jadi

Kecamatan	Derajat
Sei Bambi	5
Bandar Khalipah	4
Teluk Mengkudu	3
Sipispis	3
Dolok Merawan	3

Dari tabel 4.11 ada 5 kecamatan yang tidak bertetangga dengan kecamatan Serba Jadi dan kecamatan yang berderajat terbesar adalah kecamatan Sei Bambi (5), warnai kecamatan **Sei Bambi** dengan warna **hijau**.

Selanjutnya kecamatan yang tidak bertetangga dengan kecamatan Sei Bambi yaitu:

Tabel 4.12
Kecamatan yang Tidak Bertetangga dengan Kecamatan Sei Bambi

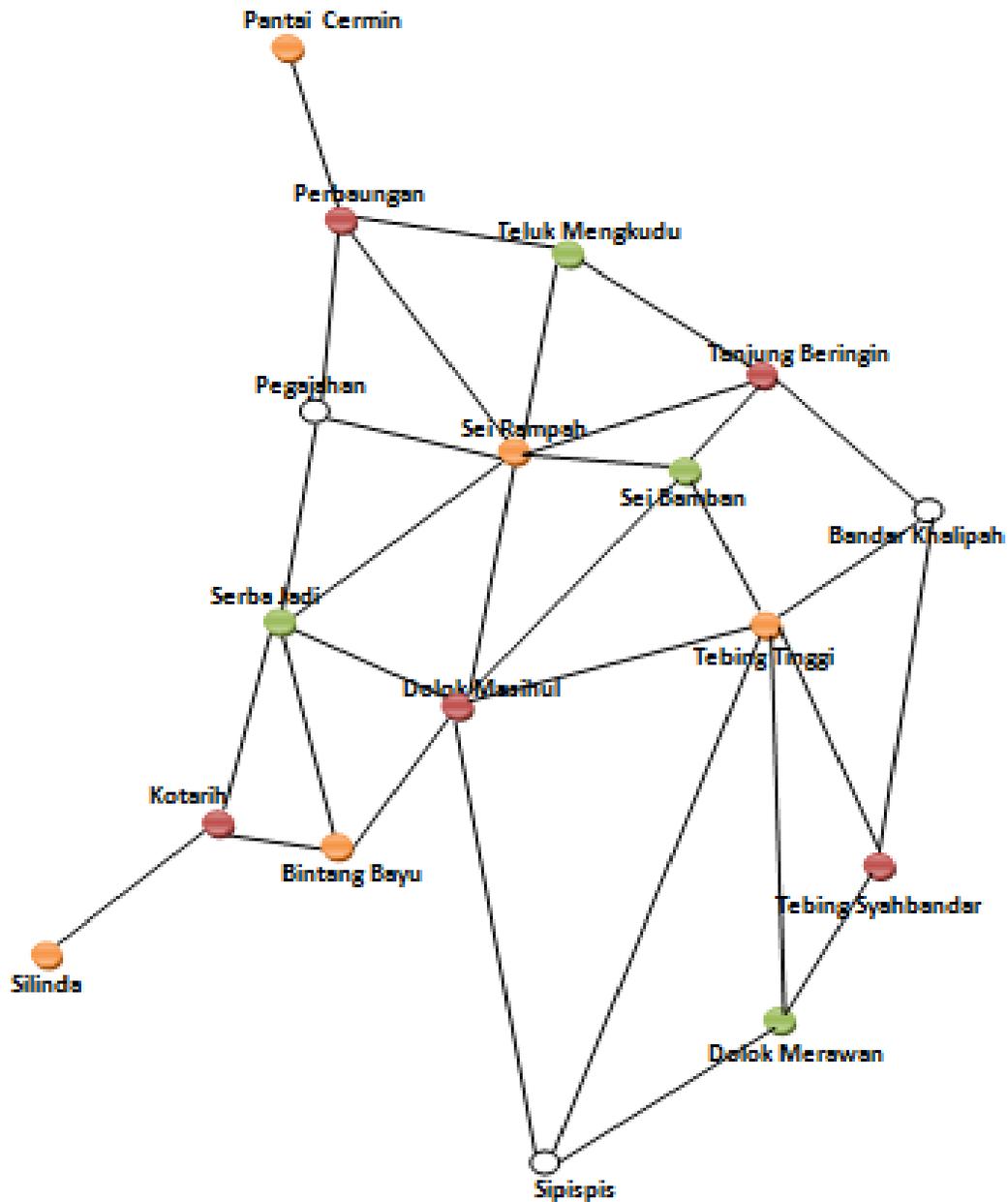
Kecamatan	Derajat
Dolak Merawan	3
Sipispis	3
Teluk Mengkudu	3

Dari tabel 4.12 ada 3 kecamatan yang tidak bertetangga dengan kecamatan Sei Bambi dan kecamatan yang berderajat tertinggi adalah kecamatan Dolok Merawan (3), warnai kecamatan **Dolak Merawan** dengan warna **hijau**.

Selanjutnya kecamatan yang tidak bertetangga dengan kecamatan Dolok Merawan yaitu kecamatan Teluk Mengkudu. Karena kecamatan Teluk Mengkudu tidak bertetangga dengan Dolok Merawan maka beri warna **hijau** pada kecamatan **Teluk Mengkudu (3)**.

Tahap ketiga graf colouring peta kabupaten Serdang Bedagai telah diselesaikan. Ada 4 kecamatan yang telah diwarnai diantaranya : kecamatan Serba Jadi (5), kecamatan Sei Bambi (5), kecamatan Dolok Merawan (3), kecamatan

Teluk Mengkudu (3). Warna yang digunakan untuk mewarnai 4 kecamatan tersebut ialah warna hijau. Maka warna ketiga adalah warna hijau.



Gambar 4.6 Tahap Ketiga *Graf Colouring* Peta Kabupaten Serdang Bedagai yang Disesuaikan dengan Langkah-langkah *Algoritma Welch Powell*

5. Ulangi penambahan warna kembali sampai semua simpul terwarnai.

Dibawah ini adalah simpul kecamatan yang belum diberi warna:

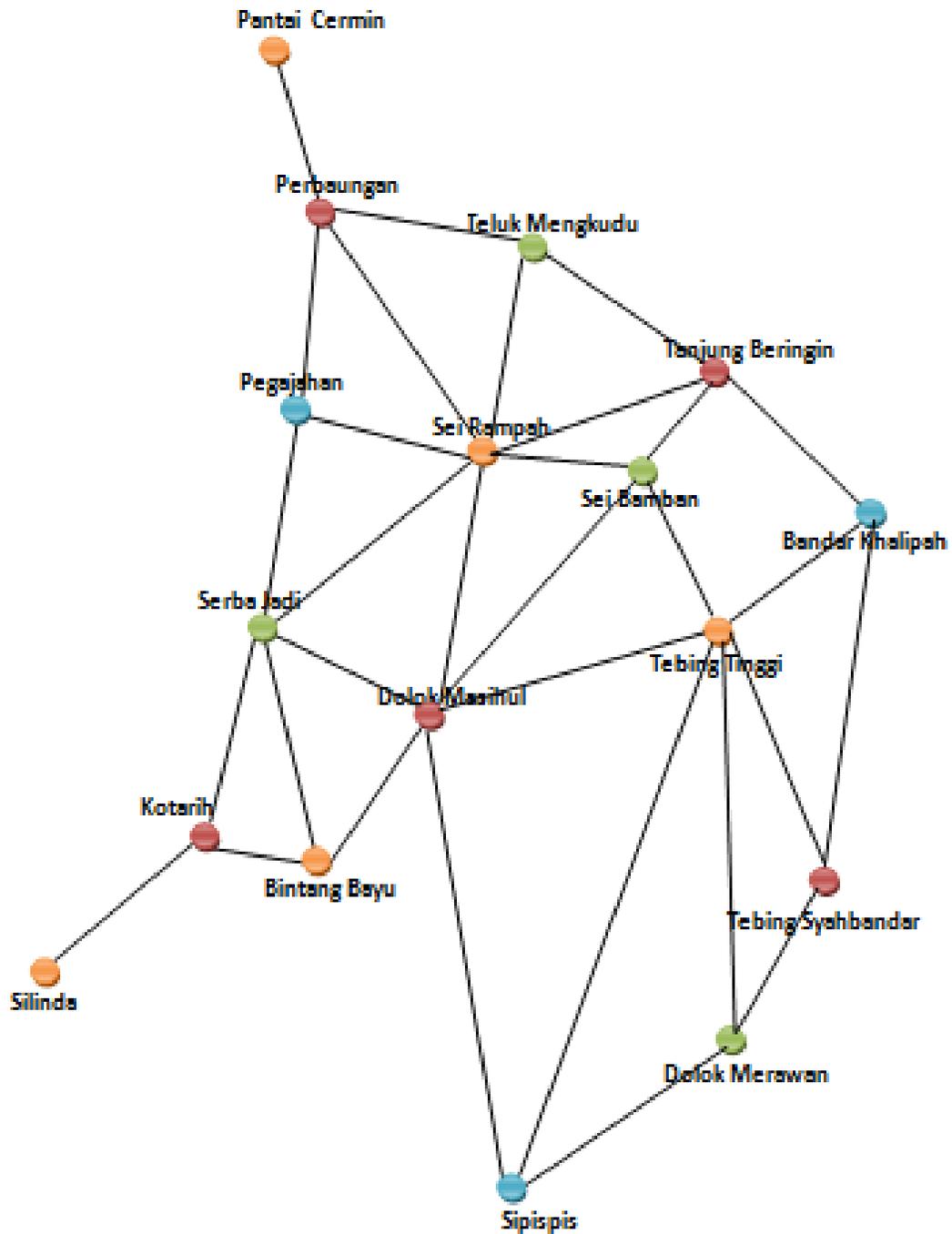
Tabel 4.13
Simpul Kecamatan yang Belum Diberi Warna

Kecamatan	Derajat
Bandar Khalipah	4
Pegajahan	3
Sipispis	3

Dari tabel 4.13 diatas derajat simpul tertinggi adalah kecamatan Bandar Khalipah (4). Warnai kecamatan **Bandar Khalipah** dengan warna **Biru**

Selanjutnya kecamatan yang tidak bertetangga dengan kecamatan Bandar Khalipah yaitu kecamatan Pegajahan dan kecamatan Sipispis. Maka untuk kecamatan **Pegajahan (3) dan kecamatan Sipispis (3)** diberi warna **Biru**.

Tahap akhir graf colouring peta kabupaten Serdang Bedagai telah diselesaikan. Ada 3 kecamatan yang telah diwarnai diantaranya : kecamatan Bandar Khalipah (4), Pegajahan (3) dan kecamatan Sipispis (3). Warna yang digunakan untuk mewarnai 3 kecamatan tersebut ialah warna biru. Maka warna keempat adalah warna biru.

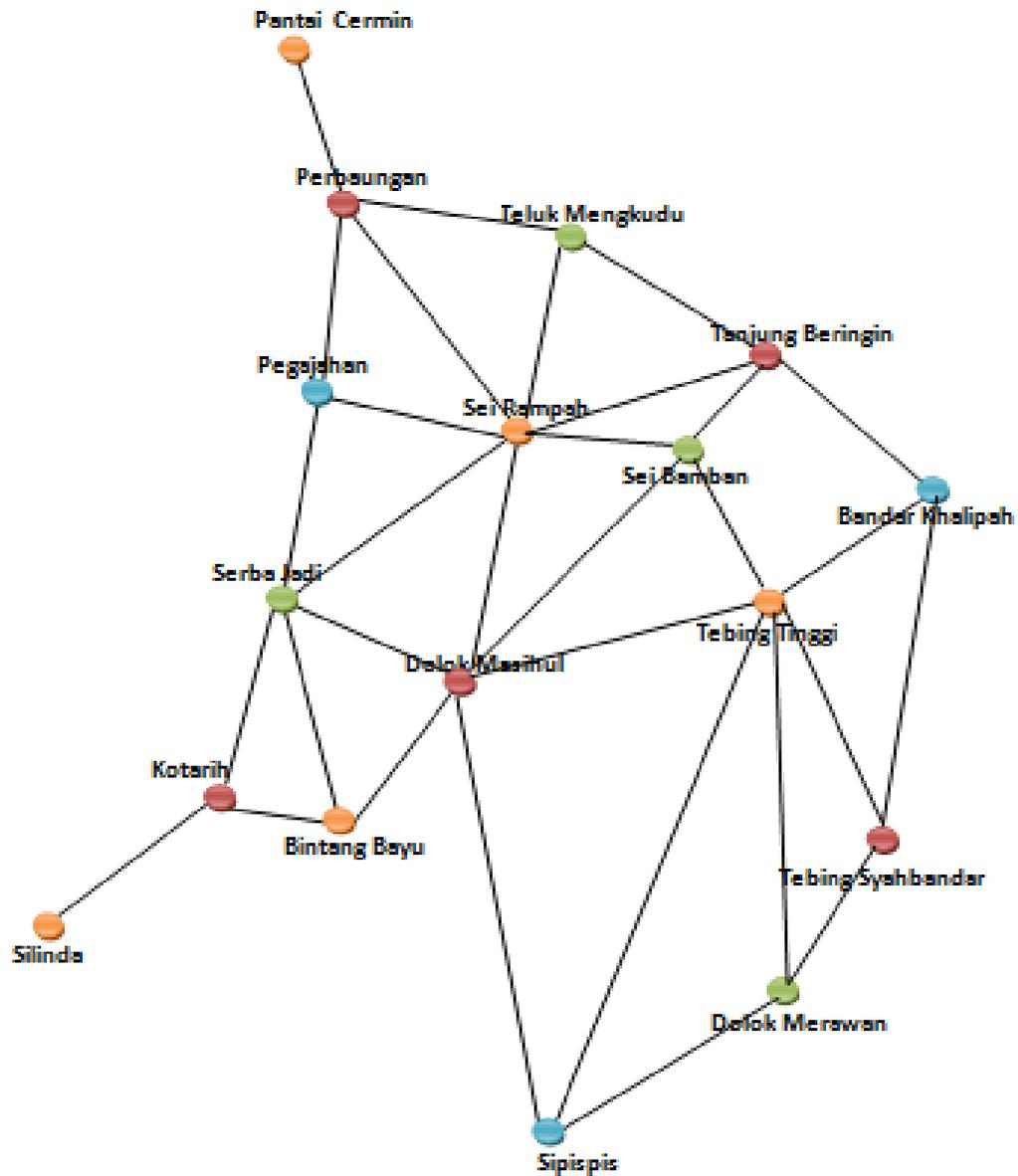


Gambar 4.7 Tahap Keempat *Graf Colouring* Peta Kabupaten Serdang Bedagai yang disesuaikan dengan langkah-langkah *Algoritma Welch Powel*

Pewarnaan graf pada peta kabupaten Serdang Bedagai selesai dilakukan. Berikut ini adalah warna yang telah diberikan pada tiap kecamatan berdasarkan *Algoritma Welch Powell* :

Tabel 4.
14 Kecamatan pada Kabupaten Serdang Bedagai Beserta Derajat Simpul dan Warnanya

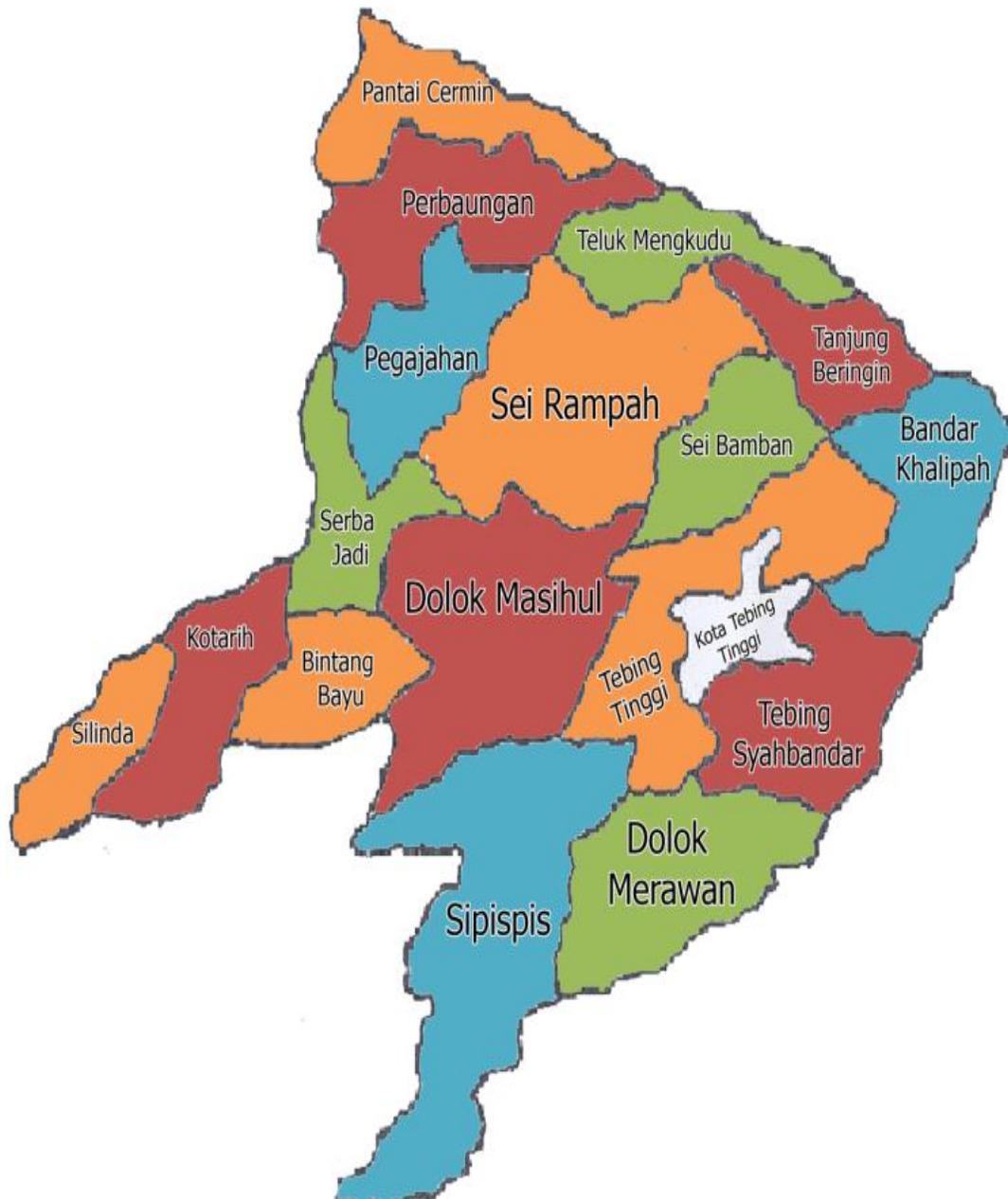
Kecamatan	Warna	Kecamatan	Warna
Dolok Masihul (6)	Merah	Silinda (1)	Kuning
Tanjung Beringin (4)	Merah	Serba Jadi (5)	Hijau
Perbaungan (3)	Merah	Sei Bamban (5)	Hijau
Kotarih (3)	Merah	Dolok Merawan (3)	Hijau
Tebing Syahbandar (3)	Merah	Teluk Mengkudu (3)	Hijau
Sei Rampah (6)	Kuning	Bandar Khalipah (4)	Biru
Tebing Tinggi (6)	Kuning	Pegajahan (3)	Biru
Bintang Bayu (3)	Kuning	Sipispis (3)	Biru
Pantai Cermin (1)	Kuning		



Gambar 4.8 Graf Colouring Peta Kabupaten Serdang Bedagai dengan Menggunakan Algoritma Welch Powell

Berdasarkan penerapan *Algoritma Welch Powell* dalam melakukan *graf colouring*, berikut ini adalah pewarnaan peta berdasarkan jumlah kromatiknya. Ada

empat warna yang diberikan untuk batas wilayah pada 17 kecamatan yang ada di kabupaten Serdang Bedagai.



Gambar 4.9 Pewarnaan Peta Kabupaten Serdang Bedagai Berdasarkan Jumlah Kromatik

B. Pembahasan Hasil Penelitian

Penerapan *Algoritma Welch Powell* untuk melakukan pewarnaan graf pada peta kabupaten Serdang Bedagai untuk penelitian ini difokuskan pada pewarnaan simpul dengan mencari jumlah bilangan kromatik pada graf peta kabupaten Serdang Bedagai.

Sebelum melakukan pewarnaan graf (*graph colouring*) pada simpul peta kabupaten Serdang Bedagai ini, terlebih dahulu gambarkan peta kabupaten Serdang Bedagai kedalam bentuk graf dan disesuaikan dengan letak masing-masing kecamatan.

Selanjutnya gambar peta kabupaten Serdang Bedagai kedalam bentuk graf garis beserta simpulnya dan letakkan masing-masing nama kecamatan disimpul yang telah disesuaikan dengan posisi kecamatan berdasarkan gambar peta sebelumnya. Ada empat tahap untuk memberi warna pada simpul ke 17 kecamatan pada kabupaten Serdang Bedagai dengan menggunakan *Algoritma Welch Powell*.

Pada langkah pertama untuk mewarnai graf tersebut yaitu mengurutkan simpul berdasarkan derajatnya dari tertinggi ke terendah. Tahap pertama simpul yang tertinggi adalah adalah kecamatan Dolok Masihul (6). Lalu warnai simpul yang memiliki derajat tertinggi tersebut dengan warna yang telah dipilih. Selanjutnya cari simpul-simpul yang tidak bertetangga dengan simpul yang memiliki derajat tertinggi. Kemudian pilih simpul kembali yang memiliki derajat tertinggi dan seterusnya. Warna pertama yang digunakan ialah warna merah. Tahap pertama ada lima

kecamatan yang telah diwarnai yaitu : kecamatan Dolok Masihul, kecamatan Tanjung Beringin, kecamatan Perbaungan, kecamatan Kotarih, kecamatan Tebing Syahbandar.

Langkah kedua yaitu mengurutkan simpul berdasarkan derajatnya dari tertinggi ke terendah. Tahap kedua simpul yang tertinggi adalah adalah kecamatan Sei Rampah (6). Lalu warnai simpul yang memiliki derajat tertinggi tersebut dengan warna yang telah dipilih. Selanjutnya cari simpul-simpul yang tidak bertetangga dengan simpul yang memiliki derajat tertinggi. Kemudian pilih simpul kembali yang memiliki derajat tertinggi dan seterusnya. Warna kedua yang digunakan ialah warna orange. Tahap kedua ada lima kecamatan yang telah diwarnai yaitu : kecamatan Sei Rampah, kecamatan Tebing Tinggi, kecamatan Bintang Bayu, kecamatan Pantai Cermin, kecamatan Silinda.

Langkah ketiga yaitu mengurutkan simpul berdasarkan derajatnya dari tertinggi ke terendah. Tahap ketiga simpul yang tertinggi adalah adalah kecamatan Serba Jadi (5). Lalu warnai simpul yang memiliki derajat tertinggi tersebut dengan warna yang telah dipilih. Selanjutnya cari simpul-simpul yang tidak bertetangga dengan simpul yang memiliki derajat tertinggi. Kemudian pilih simpul kembali yang memiliki derajat tertinggi dan seterusnya. Warna ketiga yang digunakan ialah warna hijau. Tahap ketiga ada empat kecamatan yang telah diwarnai yaitu : kecamatan Serba Jadi, kecamatan Sei Bambi, kecamatan Dolok Merawan, kecamatan Teluk Mengkudu.

Langkah keempat yaitu mengurutkan simpul berdasarkan derajatnya dari tertinggi ke terendah. Tahap keempat simpul yang tertinggi adalah adalah kecamatan

Bandar Khalipah (4). Lalu warnai simpul yang memiliki derajat tertinggi tersebut dengan warna yang telah dipilih. Selanjutnya cari simpul-simpul yang tidak bertetangga dengan simpul yang memiliki derajat tertinggi. Kemudian pilih simpul kembali yang memiliki derajat tertinggi dan seterusnya. Warna keempat yang digunakan ialah warna biru. Tahap keempat ada tiga kecamatan yang telah diwarnai yaitu : kecamatan Bandar Khalipah, kecamatan Pegajahan, kecamatan Sipispis.

Berdasarkan empat tahap yang dilakukan untuk mewarnai setiap simpul kecamatan maka diperoleh jumlah bilangan kromatik pada graf peta kabupaten Serdang Bedagai. Ada empat warna ($\chi(G) = 4$) yang digunakan untuk mewarnai seluruh simpul peta kabupaten Serdang Bedagai dengan menggunakan *Algoritma Welch Powell*.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

A. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada bab-bab sebelumnya, diperoleh kesimpulan bahwa pada hasil penelitian didapat 17 kecamatan di kabupaten Serdang Bedagai. Ada empat tahapan yang dilakukan untuk dapat mencari jumlah bilangan kromatik (warna minimum) pada pewarnaan graf peta kabupaten Serdang Bedagai. Tahap pertama ada lima kecamatan yang telah diberi warna. Warna pertama yang digunakan ialah warna merah. Tahap kedua ada lima kecamatan yang juga telah diberi warna. Warna kedua yang digunakan ialah warna orange. Tahap ketiga ada empat kecamatan yang diberi warna. Warna keempat ialah warna hijau. Tahap keempat ada tiga kecamatan yang diberi warna. Warna keempat yang digunakan ialah warna biru. Dengan menggunakan *Algoritma Welch Powell* maka untuk 17 kecamatan cukup menggunakan empat warna saja dan tidak ada kecamatan yang bertetangga memiliki warna yang sama. Jadi, ada empat jumlah bilangan kromatik atau $X(G)=4$ pada graf peta kabupaten Serdang Bedagai dengan menggunakan *Algoritma Welch Powell*.

B. Saran

Penelitian selanjutnya diharapkan dapat mengaplikasikan *Algoritma Welch Powell* dalam penyusunan jadwal mata kuliah dikampus Universitas Muhammadiyah Sumatera Utara.