

PENGEMBANGAN BAHAN AJAR MATEMATIKA PADA PENDEKATAN  
PROJECT BASED LEARNING POKOK BAHASAN PROGRAM LINIER  
UNTUK SISWA KELAS XI SMA MUHAMMADIYAH 02 MEDAN  
T.P 2018/2019

SKRIPSI

Diajukan guna Melengkapi Tugas dan Memenuhi Syarat  
Guna Mencapai Gelar Sarjana Pendidikan (S.Pd)  
Pada Program Studi Pendidikan Matematika

OLEH :

PUTRI INDAH SARY  
1402030127



FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH SUMATERA UTARA

MEDAN

2018



**MAJELIS PENDIDIKAN TINGGI  
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH SUMATERA UTARA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN**

Jl. Kapten Mukhtar Basri No. 3 Medan 20238 Telp. 061-6622400 Ext, 22, 23, 30  
Website: <http://www.fkip.umsu.ac.id> E-mail: [fkip@umsu.ac.id](mailto:fkip@umsu.ac.id)

**BERITA ACARA**

Ujian Mempertahankan Skripsi Sarjana Bagi Mahasiswa Program Strata 1  
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Muhammadiyah Sumatera Utara



Panitia Ujian Sarjana Strata-1 Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan dalam Sidangnya yang diselenggarakan pada hari Jumat, Tanggal 19 Oktober 2018, pada pukul 08.00 WIB sampai dengan selesai. Setelah mendengar, memperhatikan dan memutuskan bahwa:

Nama : Putri Indah Sary  
NPM : 1402030127  
Program Studi : Pendidikan Matematika  
Judul Skripsi : Pengembangan Bahan Ajar Matematika Pada Pendekatan Project Based Learning Pokok Bahasan Program Linier Siswa Kelas XI SMA Muhammadiyah 2 Medan T.P 2018/2019

Dengan diterimanya skripsi ini, sudah lulus dari ujian Komprehensif, berhak memakai gelar Sarjana Pendidikan (S.Pd).

Ditetapkan : ( B ) Lulus Yudisium  
( ) Lulus Bersyarat  
( ) Memperbaiki Skripsi  
( ) Tidak Lulus

Ketua

PANITIA PELAKSANA

Sekretaris

Dr. H. Elfrianto Nasution, S.Pd, M.Pd. Dra. Hj. Svamsuurnita, M.Pd

ANGGOTA PENGUJI:

1. Dr. Zainal Azis, M.M, M.Si

1.

2. Dr. H. Elfrianto Nasution, S.Pd, M.Pd.

2.

3. Dr. Madyunus Salayan, M.Si

3.



LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI



Skripsi ini diajukan oleh mahasiswa di bawah ini:

Nama : Putri Indah Sary  
NPM : 1402030127  
Program Studi : Pendidikan Matematika  
Judul Skripsi : Pengembangan Bahan Ajar Matematika Pada Pendekatan Project Based Learning Pokok Bahasan Program Linier Siswa Kelas XI SMA Muhammadiyah 2 Medan

sudah layak disidangkan.

Medan, Oktober 2018

Disetujui oleh :

Pembimbing

Dr. Madyunus Salayan, M.Si

Diketahui oleh :



Wakil Dekan I

Dra. Hj. Syamsuyurnita, M.Pd

Ketua Program Studi

Dr. Zainal Azis, MM, M.Si

## SURAT PERNYATAAN



Saya yang bertandatangan dibawah ini :

Nama : Putri Indah Sary  
NPM : 1402030127  
Program Studi : Pendidikan Matematika  
Judul Skripsi : Pengembangan Bahan Ajar Matematika dengan Pendekatan *Project Based Learning* Pada Materi Program Linear untuk Siswa Kelas XI SMA Muhammadiyah 2 Medan T.P 2018/2019

Dengan ini saya menyatakan bahwa:

1. Penelitian yang saya lakukan dengan judul di atas belum pernah diteliti di Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Muhammadiyah Sumatera Utara
2. Penelitian ini akan saya lakukan sendiri tanpa ada bantuan dari pihak manapun dengan kata lain penelitian ini tidak saya tempahkan (dibuat) oleh orang lain dan juga tidak tergolong *Plagiat*.
3. Apabila point 1 dan 2 di atas saya langgar maka saya bersedia untuk dilakukan pembatalan terhadap penelitian tersebut dan saya bersedia mengulang kembali mengajukan judul penelitian yang baru dengan catatan mengulang seminar kembali.

Demikian surat pernyataan ini saya perbuat tanpa ada paksaan dari pihak manapun juga, dan dapat dipergunakan sebagaimana mestinya.

Medan, Juli 2018  
Hormat saya  
Yang membuat pernyataan,



  
Putri Indah Sary



## ABSTRAK

**Putri Indah Sary, 1402030127. Pengembangan Bahan Ajar Matematika Pada Pendekatan Project Based Learning Siswa Kelas XI SMA Muhammadiyah 2 Medan. Skripsi. Medan : Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Muhammadiyah Sumatera Utara.**

Matematika adalah disiplin ilmu yang telah dipelajari semenjak pendidikan dasar dan membantu perkembangan disiplin ilmu lainnya seperti fisika, kimia, biologi, ekonomi, dan lainnya. Tujuan dari penelitian ini adalah mengembangkan Bahan ajar matematika berdasarkan model Project Based Learning materi Program Linier untuk SMA.

Metode Penelitian dan pengembangan yang digunakan adalah R&D (Research and Development) Borg and Gall yang memodifikasi dari sugiyono, adapun prosedur yang digunakan sebagai berikut : (1). Potensi dan masalah (2) mengumpulkan informasi (3) desain produk (4) validasi desain (5) perbaikan desain (6) uji coba produk (7) revisi produk. Teknik pengumpulan data yang digunakan adalah wawancara, angket, observasi, dan dokumen. Validasi dilakukan oleh ahli materi, ahli media, dan ahli bahasa. Uji coba dilakukan dua tahap yaitu uji coba kelompok kecil dan uji coba lapangan.

Hasil validasi ahli materi, ahli bahasa, dan ahli media diperoleh nilai rata-rata dengan kriteria valid. Pada uji coba lapangan guna mengetahui respon peserta didik di SMA Muhammadiyah 02 Medan dieproleh skor rata-rata sebesar 3,65 dengan kriteria sangat menarik.

Kata Kunci : Bahan ajar, Project Based Learning, Program Linier

## **KATA PENGANTAR**

Assalamu'alaikum Wr. Wb

Segala puji dan syukur kita ucapkan kepada Allah SWT Yang Mahasempurna, mudah-mudahan kita yang mengaku hamba-Nya ini selalu dalam lindungan dan mendapat rahmat sehingga kita tergolong sebagai hamba-Nya yang bertaqwa. Shalawat serta salam semoga senantiasa tercurah kepada junjungan kita Nabi Muhammad SAW beserta keluarga dan para sahabatnya yang telah memberi teladan yang baik bagi kita semua.

Penyelesaian Skripsi ini adalah salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan Strata Satu (S1) Program Studi Pendidikan Matematika di UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH SUMATERA UTARA. Selama penulisan skripsi ini penulis telah banyak menerima bantuan moril maupun materiil dari berbagai pihak sehingga penulisan skripsi ini dapat berjalan dengan lancar dan selesai tepat pada waktunya.

Sebagai manusia yang tak luput dari kesalahan, Penulis menyadari masih banyak memiliki kelemahan dan kesalahan dalam penyusunan skripsi ini. Oleh karena itu, apabila banyak terdapat kekurangan dan kesalahan Penulis mohon maaf yang sebesar-besarnya.

Akhirnya atas segala pengorbanan yang tulus dari semua pihak, penulis mengucapkan terima kasih sebesar-besarnya, semoga Allah SWT dapat membalas budi baik yang telah diberikan kepada Penulis selama ini. Segala kesempurnaan hanyalah milik Allah SWT dan penulis berharap agar skripsi ini dapat bermanfaat bagi diri penulis khususnya dan bagi para pembaca umumnya.

Medan, 18 Oktober 2018

**Putri Indah Sary**

**1402030127**

## DAFTAR ISI

ABSTRAK.....	i
KATA PENGANTAR.....	ii
DAFTAR ISI.....	iv
BAB I PENDAHULUAN.....	1
a. Latar Belakang Masalah.....	1
b. Identifikasi Masalah.....	3
c. Batasan Masalah.....	4
d. Rumusan Masalah.....	4
e. Tujuan Penelitian.....	5
f. Manfaat.....	5
BAB II LANDASAN TEORI.....	7
A. Pengembangan Bahan Ajar.....	7
B. Model Pembelajaran Project Based Learning.....	9
C. Pengembangan Bahan Matematika Model PBL.....	21
BAB III METODE PENELITIAN.....	30
A. Tempat dan Waktu Penelitian.....	30
B. Metode dan Jenis Penelitian.....	30
C. Subjek dan Prosedur Penelitian.....	30
D. Data, Instrumen, dan Teknik Pengumpulan Data.....	32
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN.....	41
1. Analisis .....	41
2. Perancangan .....	43
3. Pengembangan .....	44
BAB V KESIMPULAN DAN HASIL .....	59
A. Kesimpulan .....	59
B. Saran .....	59

# BAB I

## PENDAHULUAN

### A. LATAR BELAKANG

Kegiatan pembelajaran di sekolah tidak terlepas dari buku pelajaran. Buku pelajaran termasuk salah satu sumber belajar yang digunakan dalam pembelajaran. Di dalam buku pelajaran terdapat materi pembelajaran yang harus dipelajari siswa untuk mencapai kompetensi. Bahan ajar atau materi pembelajaran (instructional materials) secara garis besar terdiri dari pengetahuan, keterampilan, dan sikap yang harus dipelajari oleh peserta didik dalam rangka mencapai standar kompetensi yang telah ditentukan.

Bahan ajar pada dasarnya merupakan segala bahan (baik informasi, alat, maupun teks) yang disusun secara sistematis, yang menampilkan sosok utuh dari kompetensi yang akan dikuasai siswa dan digunakan dalam proses pembelajaran dengan tujuan perencanaan dan penelaan implementasi pembelajaran.

Bahan ajar merupakan faktor eksternal bagi siswa yang mampu memperkuat motivasi dari dalam diri siswa. Bahan ajar dalam konteks pembelajaran adalah salah satu komponen yang harus ada, karena bahan ajar yang didesain secara lengkap, artinya ada unsur media, dan sumber belajar yang memadai, mempengaruhi suasana pembelajaran sehingga proses belajar yang terjadi menjadi lebih optimal. Bahan ajar yang didesain secara bagus dan dilengkapi dengan isi dan ilustrasi yang menarik

menstimulasi siswa untuk memanfaatkan bahan ajar sebagai sumber belajar.

Matematika adalah disiplin ilmu yang telah dipelajari semenjak pendidikan dasar dan membantu perkembangan disiplin ilmu lainnya seperti fisika, kimia, biologi, ekonomi dan lainnya. Matematika merupakan salah satu ilmu yang berperan dalam perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi. Matematika juga termasuk ilmu yang sangat berperan penting dalam kehidupan dan merupakan cabang ilmu yang bermanfaat untuk terjun dan bersosialisasi di masyarakat.

Pembelajaran matematika merupakan serangkaian aktivitas guru dalam memberikan pengajaran terhadap peserta didik untuk membangun konsep-konsep dan prinsip-prinsip matematika dengan kemampuan sendiri melalui proses internalisasi (arahan pembimbing). Sasaran dari pembelajaran matematika adalah peserta didik diharapkan mampu berfikir logis, kritis, dan sistematis. Pada kenyataannya matematika sering dianggap sebagai mata pelajaran yang susah dimengerti. Hal tersebut dikarenakan matematika bersifat abstrak dan membutuhkan pemahaman konsep-konsep. Pembelajaran yang biasanya diterapkan selama ini masih berpusat pada pendidik sehingga peserta didik pasif dan kurang terlibat dalam pembelajaran. Faktor lain yang mempengaruhi adalah bahan ajar yang digunakan kurang menarik.

Berdasarkan hasil observasi yang dilakukan oleh peneliti di SMA Muhammadiyah 2 Medan bahwa guru hanya menggunakan buku paket sumbangan dari dinas pendidikan. Buku tersebut belum memenuhi

kebutuhan siswa dan belum sesuai dengan karakteristik siswa. Biasanya dalam proses belajar mengajar guru hanya mengarahkan siswa mencatat materi dengan membaca buku paket yang dibagikan kemudian menjelaskan materi yang dibahas pada hari itu dan diakhir pembelajaran guru memberikan tugas di bagian akhir buku paket tersebut, dan biasanya siswa yang diberikan tugas seperti malas untuk mengerjakannya karena jenuh/bosan dengan keadaan seperti ini. Hasil observasi inilah peneliti berinisiatif untuk mengembangkan bahan ajar matematika berupa buku dengan menggunakan model Project Based Learning. Penerapan model pembelajaran ini menuntut siswa mampu menyelesaikan pemecahan masalah dan meningkatkan keterampilan peserta didik dalam mengelola sumber pelajaran yang berhubungan dengan masalah tersebut dan dapat mengaitkan dengan kehidupan sehari-hari

Berdasarkan latar belakang di atas, maka dilakukan penelitian Pengembangan Bahan Ajar Matematika dengan Pendekatan Matematika Pada Materi Program Linier untuk Siswa Kelas XI SMA Muhammadiyah 2 Medan.

## B. IDENTIFIKASI MASALAH

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah diuraikan pada pendahuluan, maka masalah-masalah yang muncul dapat diidentifikasi sebagai berikut :

1. Peserta didik kurang menyukai pelajaran matematika dan masih mengalami kesulitan dalam memahami materi matematika baik konsep maupun perhitungan.
2. Bahan ajar yang digunakan disekolah berupa Buku Paket yang hanya berisi teks tanpa gambar dengan tampilan yang kurang menarik, dan petunjuk kerja atau pengerjaan nya kurang jelas dan sulit dipahami oleh peserta didik, serta kurang nya contoh aplikasi nyata tentang matematika dalam kehidupan sehari-hari.
3. Belum dikembangkan nya bahan ajar berupa Buku Paket yang dirancang secara khusus menggunakan model pembelajaran Project Based Learning.

#### C. BATASAN MASALAH

Batasan masalah pada penelitian ini adalah :

Pengembangan Bahan Ajar berupa Buku Paket berdasarkan model pembelajaran Project Based Learning materi pokok Program Linier kelas XI SMA Muhammadiyah 2 Medan.

#### D. RUMUSAN MASALAH

Berdasarkan Latar belakang yang telah diuraikan, maka rumusan masalah pada penelitian ini adalah :

Bagaimana kualitas Bahan Ajar dengan Model Pembelajaran Project Based Learning pada materi Program Linier untuk Siswa Kelas XI SMA ditinjau dari kevalidan, kepraktisan dan keefektifan?

#### E. TUJUAN PENELITIAN

Berdasarkan rumusan masalah diatas, maka tujuan penelitian ini adalah :

1. Untuk mengetahui bagaimana pengembangan Bahan Ajar Matematika berdasarkan Model Pembelajaran Project Based Learning materi pokok Program Linier untuk SMA.
2. Mendapatkan Bahan ajar berdasarkan Model Pembelajaran Project Based Learning yang valid.
3. Mendapatkan Bahan ajar berdasarkan Model Pembelajaran Project Based Learning yang efektif.

#### F. MANFAAT PENELITIAN

Adapun manfaat yang diperoleh dalam penelitian ini :

1. Pendidik

Bahan ajar yang merupakan produk penelitian ini dapat dijadikan sebagai instrumen untuk mengganti kegiatan pembelajaran peserta didik.

2. Bagi Peserta Didik

Dengan menggunakan Bahan Ajar Matematika peserta didik dapat belajar sendiri, membantu peserta didik agar aktif dalam proses pembelajaran dan dapat melibatkan langsung dalam kegiatan pembelajaran.

### 3. Bagi Peneliti

Menambah wawasan tentang cara mengembangkan modul matematika untuk bekal megajar dan sebagai informasi untuk mengadakan penelitian lebih lanjut.

## BAB II

### LANDASAN TEORI

#### A. Pengembangan Bahan Ajar

##### 1. Pengertian Bahan Ajar

Pengertian bahan ajar dalam sosialisasi KTSP oleh DEPDIKNAS adalah seperangkat materi yang disusun secara sistematis baik tertulis maupun tidak sehingga tercipta lingkungan atau suasana yang memungkinkan peserta didik untuk belajar. Selain itu, DEPDIKNAS juga menambahkan bahwa bahan ajar merupakan informasi, alat dan teks yang diperlukan guru atau instruktur untuk pemecahan dan penelaahan implemtasi pembelajaran.

Sedangkan menurut Chomsin S. Widodo dan Ismadi, bahan ajar adalah “Seperangkat sarana yang berisikan materi pembelajaran, metode, batasan-batasan, dan cara mengevaluasi yang didesain secara sistematis dan menarik dalam rangka mencapai tujuan yang diharapkan, yaitu mencapai kompetensi dan subkompetensi dengan segala kompleksitasnya”.

National Center for Vocationak Education Research Ltd/National Center for Competency Based Training memperkuat bahwa bahan ajar adalah segala bentuk bahan yang digunakan untuk membantu guru atau instruktur dalam melaksanakan kegiatan belajar mengajar dikelas. Bahan yang dimaksud merupakan berupa tertulis maupun tidak tertulis.

##### 2. Fungsi Bahan Ajar

Bahan ajar memiliki peran penting dalam proses pembelajaran untuk peserta didik maupun guru. Berikut ini merupakan fungsi bahan ajar dalam buku panduan Depdiknas, yaitu :

- a. Pedoman bagi guru sebagai petunjuk yang akan mengarahkan semua aktifitas nya dalam proses pembelajaran dan sebagai substansi kompetensi yang harusnya diajarkan kepada peserta didik.
- b. Pedoman bagi peserta didik sebagai petunjuk yang akan mengarahkan semua aktivitas nya dalam proses pembelajaran dan sekaligus sebagai substansi kompetensi yang seharusnya dipelajari dan dikuasai nya.
- c. Alat evaluasi pencapaian atau penguasaan hasil pembelajaran. Dengan demikian, terlihat bahwa peran bahan ajar sangat penting bagi guru

maupun peserta didik agar tujuan pembelajaran yang telah ditentukan dapat tercapai.

### 3. Tujuan Bahan Ajar

Tujuan disusun bahan ajar adalah sebagai berikut :

- a. Menyediakan bahan ajar sesuai dengan tuntunan kurikulum dengan mempertimbangkan kebutuhan peserta didik, yakni bahan ajar yang sesuai dengan karakteristik dan setting atau lingkungan sosial peserta didik.
- b. Membantu peserta didik dalam memperoleh alternatif bahan ajar disamping buku-buku teks yang terkadang sulit diperoleh.
- c. Memudahkan guru melaksanakan proses pembelajaran.

### 4. Prinsip Pengembangan Bahan Ajar

Prinsip pengembangan bahan ajar harus disusun secara berurutan seperti dibawah ini :

- a. Mulai dari yang mudah untuk memahami yang sulit, dari yang kongkrit untuk memahami yang abstrak.
- b. Pengulangan akan memperkuat pemahaman.
- c. Umpan balik positif akan memberikan penguatan terhadap pemahaman peserta didik.
- d. Motivasi yang tinggi merupakan salah satu faktor penentu keberhasilan belajar.
- e. Mencapai tujuan ibarat naik tangga setahap demi tahap, akhirnya akan mencapai ketinggian tertentu.
- f. Mengetahui hasil yang telah dicapai akan mendorong peserta didik untuk mencapai tujuan.

### 5. Jenis Bahan Ajar

Jenis bahan ajar menurut *Faculte de Psychologie et des Sciences de l'Education Universite de Geneve* adalah media tulis, audio visual, elektronik, dan interaktif terintegrasi yang kemudian disebut sebagai *medianverbund* (bahasa Jerman yang berarti media terintegrasi) atau *mediamix*. Dengan demikian, bentuk bahan ajar paling tidak dapat dikategorikan menjadi empat yaitu:

- a. Bahan cetak (*printed*) antara lain *handout*, buku, modul, lembar kerja siswa, brosur, leaflet, dll.

- b. Bahan ajar dengar (*audio*) seperti kaset, radio, *compact disk audio*, dll.
- c. Bahan ajar pandang dengar (*audio visual*), misalnya film.
- d. Bahan ajar interaktif (*interactive teaching material*), misalnya *compact disk* pembelajaran interaktif dengan program *Macromedia Flash*.

#### 6. Teknik Penyusunan Bahan Ajar

Teknik penyusunan bahan ajar harus disesuaikan dengan kurikulum dasarnya, seperti di bawah ini:

- a. Analisis KD (Kurikulum Dasar) – Indikator
- b. Analisis sumber belajar
- c. Pemilihan dan penentu bahan ajar.

#### 7. Prinsip Pemilihan Bahan Ajar

Prinsip pemilihan bahan ajar meliputi:

##### a. Prinsip Relevansi

Artinya materi pembelajaran hendaknya relevan memiliki keterkaitan dengan pencapaian standar kompetensi dan kompetensi dasar.

##### b. Prinsip Konsistensi

Artinya adanya kesesuaian bahan ajar dengan kompetensi dasar yang harus dikuasai peserta didik.

##### c. Prinsip Kecukupan

Artinya materi yang diajarkan hendaknya cukup memadai dalam membantu peserta didik menguasai kompetensi dasar yang diajarkannya. Materi tidak boleh terlalu sedikit, dan tidak boleh terlalu banyak.

### B. Model Pembelajaran Project Based Learning

#### 1. Pengertian Model Project Based Learning

Model merupakan representasi tiga dimensi dari objek riil. Model pembelajaran adalah suatu perencanaan atau suatu pola yang digunakan sebagai pedoman dalam merencanakan pembelajaran di kelas atau pembelajaran di kelas atau pembelajaran dalam tutorial. Project Based Learning merupakan pendekatan pembelajaran yang

memberikan kebebasan kepada peserta didik untuk merencanakan aktivitas belajar, melaksanakan proyek secara kolaboratif, dan pada akhirnya menghasilkan produk kerja yang dapat dipresentasikan kepada orang lain. Model pembelajaran pada dasarnya merupakan bentuk pembelajaran yang tergambar dari awal sampai akhir yang disajikan secara khas oleh guru meliputi pendekatan, strategi, metode, teknik, dan bahkan teknik pembelajaran yang sudah menjadi satu kesatuan yg utuh.

Berdasarkan pendapat para ahli tersebut, peneliti menyimpulkan bahwa model pembelajaran adalah pola pembelajaran yang tergambar dari awal sampai akhir, proses pembelajaran yang disajikan secara khas oleh guru untuk mencapai tujuan belajar. Salah satu model pembelajaran adalah model pembelajaran berbasis proyek (Project Based Learning). Model pembelajaran berbasis proyek (project based learning) merupakan pembelajaran inovatif yang berpusat pada peserta didik (student centered) dan menetapkan guru sebagai motivator dan fasilitator, dimana peserta didik diberi peluang bekerja secara otonom mengkonstruksi belajarnya. Model Project Based Learning merupakan suatu model pembelajaran yang melibatkan suatu proyek dalam proses pembelajaran. Model pembelajaran berbasis proyek (Project Based Learning) merupakan model pembelajaran yang menggunakan proyek atau kegiatan sebagai media. Model pembelajaran berbasis proyek (Project Based Learning) merupakan pemberian tugas kepada semua peserta didik untuk dikerjakan secara individual, peserta didik, dituntut untuk mengamati, membaca dan meneliti.

Berdasarkan beberapa definisi tersebut, peneliti menyimpulkan bahwa model pembelajaran berbasis proyek (Project Based Learning) adalah pembelajaran yang berfokus pada aktivitas peserta didik untuk dapat memahami suatu konsep dan prinsip dengan melakukan penelitian yang mendalam tentang suatu masalah dan mencari solusi yang relevan dan peserta didik belajar mandiri serta hasil dari pembelajaran ini adalah produk.

## 2. Karakteristik Model Project Based Learning

Model pembelajaran merupakan komponen penting dalam kegiatan belajar, dalam hal ini tidak semua karakteristik dari model pembelajaran tersebut cocok dengan karakteristik yang dimiliki peserta didik. Model pembelajaran berbasis proyek (Project Based Learning), yaitu:

1. Peserta didik sebagai pembuat keputusan, dan membuat kerangka kerja.
2. Terdapat masalah yang pemecahannya tidak ditentukan sebelumnya.

3. Peserta didik sebagai perancang proses untuk mencapai hasil.
4. Peserta didik bertanggung jawab untuk mendapatkan dan mengelola informasi yang dikumpulkan.
5. Melakukan evaluasi secara kontinue.
6. Peserta didik secara teratur melihat kembali apa yang mereka kerjakan.
7. Hasil akhir berupa produk dan evaluasi kualitasnya.
8. Kelas memiliki atmosfer yang memberi toleransi kesalahan dan perubahan.

### 3. Teori yang Mendasari Model Project Based Learning

Model pembelajaran tidak lahir berkembang secara sendirinya, melainkan memiliki landasan teoritis tertentu. Teori belajar yang melandasi model pembelajaran project based learning adalah :

#### a. Dukungan PjBL Secara Teoritis

Pembelajaran berbasis proyek juga didukung oleh teori belajar konstruktivistik bersandar pada ide bahwa peserta didik membangun pengetahuannya sendiri di dalam konteks pengalamannya sendiri.

#### b. Dukungan PjBL Secara Empiris

Penerapan PjBL telah menunjukkan bahwa model tersebut sanggup membuat peserta didik mengalami proses pembelajaran yang bermakna, yaitu pembelajaran yang dikembangkan berdasarkan paham konstruktivisme.

Menurut pemaparan diatas bahwa penerapan pembelajaran didalam kelas bertumpu pada kegiatan belajar aktif dalam bentuk kegiatan (melakukan sesuatu) dari pada kegiatan pasif seperti guru hanya mentransfer ilmu tersebut. Pembelajaran ini memberi peluang untuk menyampaikan ide, mendengarkan ide orang lain dan memperkenalkan ide sendiri kepada orang lain, adalah suatu bentuk pembelajaran individu. Dari meningkatkan keterampilan dan memecahkan masalah secara bersama.

### 4. Pertimbangan-pertimbangan dalam Penggunaan Model

Pembelajaran Project Based Learning. Strategi pembelajaran PjBL sebaiknya digunakan dalam pembelajaran karena beberapa pertimbangan. Pertimbangan-pertimbangan tersebut antara lain:

- a. Dengan strategi pembelajaran PjBL akan terjadi pembelajaran bermakna

- b. Dalam situasi strategi pembelajaran PjBL, peserta didik mengintegrasikan pengetahuan dan keterampilan secara simultan dan mengaplikasikannya dalam konteks yang relevan.
- c. Strategi pembelajaran dapat meningkatkan kemampuan berpikir kritis, menumbuhkan inisiatif peserta didik dalam bekerja, motivasi internal untuk belajar, dan dapat mengembangkan hubungan interpersonal dalam bekerja secara berkelompok

5. Langkah – langkah Model Pembelajaran Project Based Learning

Terdapat 8 (delapan) langkah dalam menerapkan strategi pembelajaran berbasis masalah yaitu :

- a. Mengidentifikasi masalah
- b. Mengumpulkan data
- c. Menganalisis data
- d. Memecahkan masalah berdasarkan pada data yang ada dan analisisnya.
- e. Memilih cara untuk memecahkan masalah
- f. Merencanakan penerapan pemecahan masalah
- g. Melakukan ujicoba terhadap rencana yang diterapkan, dan
- h. Melakukan tindakan untuk memecahkan masalah

Arends menyatakan, bahwa langkah-langkah kegiatan pembelajaran Project Based Learning adalah :

- a. Mengorientasi peserta didik pada masalah
- b. Mengorganisasi peserta didik untuk belajar
- c. Mengembangkan dan menyajikan hasil karya
- d. Menganalisis dan mengevaluasi proses pemecahan

Berikut ini langkah-langkah kegiatan model pembelajaran Project Based Learning menurut Arends, dapat dilihat dalam tabel 2.1 dibawah ini.

Tabel 2.1 Aplikasi tahapan-tahapan model pembelajaran Project Based Learning menurut Arends

Tahap	Aktivitas Guru	Aktivitas peserta didik

1.Kegiatan Awal		
<p>a. Orientasi peserta didik pada masalah</p>	<p>Guru menjelaskan tujuan pembelajaran, menjelaskan logistik yang dibutuhkan, mengajukan fenomena atau demonstrasi atau cerita untuk memunculkan masalah, memotivasi peserta didik untuk terlibat dalam dipilih pemecahan masalah yg dipilih</p>	<p>Peserta didik menyimak dengan baik</p>
<p>b. Mengorganisasi peserta didik untuk belajar</p>	<p>Guru membantu peserta didik untuk</p>	<p>Peserta didik membuat definisi dan mengorganisasi</p>

	mendefinisikan dan mengorganisasi, tugas belajar yang berhubungan dengan masalah tersebut	tugas belajar.
2.Kegiatan Inti		
a. Membimbing penyelidikan individu atau kelompok.	Guru mendorong peserta didik mengumpulkan informasi yang sesuai melaksanakan eksperimen untuk mendapatkan penjelasan atau pemecahan masalah	Peserta didik mengumpulkan informasi yang sesuai dengan pembahasan materi
b. Mengembangkan dan menganalisis hasil karya	Guru membantu peserta didik dalam menyiapkan karya yang sesuai	Peserta didik merencanakan karya baik berupa produk laporan

	dengan laporan, video, dan model serta membantu mereka untuk berbagi dengan temannya	maupun hasil rekaman. Peserta didik mempresentasikan produk yang ditemukan maupun kelompok
3. Kegiatan Penutupan		
Menganalisis dan mengevaluasi proses pemecahan masalah	Guru membantu peserta didik untuk melakukan refleksi, terhadap penyelidikan mereka dan proses-proses yang mereka gunakan. Guru melakukan evaluasi	Peserta didik melakukan refleksi terhadap penyelidikan

## 6. Kelebihan dan Kelemahan Model Project Based Learning

### a. Kelebihan Model Project Based Learning

Kelebihan dari pembelajaran berbasis proyek (Project Based Learning) antara lain:

1. Meningkatkan motivasi
2. Meningkatkan kemampuan pemecahan masalah
3. Meningkatkan Kolaborasi
4. Meningkatkan keterampilan
5. Meningkatkan keterampilan peserta didik dalam mengelola sumber belajar
6. Mendorong peserta didik untuk mengembangkan dan mempraktikkan keterampilan komunikasi.
7. Menyediakan pengalaman belajar yang melibatkan peserta didik kompleks dan dirancang untuk berkembang sesuai dunia nyata.
8. Membuat suasana belajar menjadi menyenangkan, sehingga peserta didik maupun pendidik menikmati proses pembelajaran.

Menurut Moursund beberapa keuntungan dari pembelajaran berbasis proyek antara lain sebagai berikut:

- a. *Increased motivation,*
  - b. *Increased problem-solving ability,*
  - c. *Improved library research skills,*
  - d. *Increased collaboration,*
  - e. *Increased resource-managemen skills.*
- b. Kelemahan Model *Project Based Learning*

Sebagai model pembelajaran tentu saja model pembelajaran berbasis proyek (*Project Based Learning*) juga memiliki

kelemahan pembelajaran berbasis proyek (*Project Based Learning*) adalah:

1. Membutuhkan banyak waktu untuk menyelesaikan masalah dan menghasilkan produk.
2. Membutuhkan biaya yang cukup.
3. Membutuhkan guru yang terampil dan mau belajar.
4. Membutuhkan fasilitas, peralatan, dan bahan yang memadai.
5. Tidak sesuai untuk peserta didik yang mudah menyerah dan tidak memiliki pengetahuan serta ketrampilan yang dibutuhkan.
6. Kesulitan melibatkan semua peserta didik dalam kerja kelompok.

#### 7. Langkah-Langkah *Project Based Learning*

Langkah-langkah pembelajaran dalam *Project Based Learning* sebagaimana yang dikembangkan oleh The George Lucas Educational Foundation terdiri dari:

- a. Dimulai dengan pertanyaan yang esensial

Mengambil topik yang sesuai dengan realitas dunia nyata dan dimulai dengan suatu investigasi mendalam. Pertanyaan esensial diajukan untuk memancing pengetahuan, tanggapan, kritik dan ide peserta didik mengenai tema proyek yang akan diangkat.

- b. Perencanaan aturan pengerjaan proyek

Perencanaan berisi tentang aturan main, pemilihan aktivitas yang dapat mendukung dalam menjawab pertanyaan esensial, dengan cara mengintegrasikan berbagai subjek mungkin, serta mengetahui alat dan bahan yang dapat diakses untuk membantu penyelesaian proyek.

c. Membuat jadwal aktifitas

Pendidik dan peserta didik secara kolaboratif menyusun jadwal aktivitas dalam menyelesaikan proyek. Jadwal ini disusun untuk mengetahui berapa lama waktu yang dibutuhkan dalam pengerjaan proyek.

d. Me-monitoring perkembangan proyek peserta didik.

Pendidik bertanggung jawab untuk melakukan monitor terhadap aktivitas peserta didik selama menyelesaikan proyek. Monitoring dilakukan dengan cara memfasilitasi peserta didik pada setiap proses.

e. Penilaian hasil kerja peserta didik

Penilaian dilakukan untuk membantu pendidik dalam mengukur ketercapaian standar, berperan dalam mengevaluasi kemajuan masing-masing peserta didik, memberi umpan balik tentang tingkat pemahaman yang sudah dicapai peserta didik, membantu pendidik dalam menyusun strategi pembelajaran berikutnya.

f. Evaluasi pengalaman belajar peserta didik

Pada akhir proses pembelajarannya, pendidik dan peserta didik melakukan refleksi terhadap aktivitas dan hasil proyek yang sudah dijalankan. Proses refleksi dilakukan baik secara individu maupun kelompok. Pada tahap ini peserta didik diminta untuk mengungkapkan perasaan dan pengalamannya selama menyelesaikan proyek.

Pembelajaran *Project Based Learning* memiliki langkah secara umum yaitu: *planning* (perencanaan), *creating* (Implementasi), *Processing* (pengolahan). Dalam penelitian ini peneliti menggunakan langkah-langkah pembelajaran berbasis proyek yang diungkapkan *The George Lucas Educational Foundation* yang terdiri dari 6 langkah pembelajaran yaitu dimulai dengan pertanyaan yang esensial, perencanaan aturan pengerjaan proyek, membuat jadwal aktivitas, *memonitoring* perkembangan proyek peserta didik, penilaian hasil kerja peserta didik, evaluasi pengalaman belajar peserta didik.

#### 8. Prinsip-Prinsip Model *Project Based Learning*

Prinsip PjBL adalah sebuah upaya kompleks yang memerlukan analisis masalah yang harus direncanakan, dikelola dan diselesaikan pada batas waktu yang telah ditentukan terlebih dahulu. Prosedur yang digunakan PjBL adalah perencanaan, implementasi/ penciptaan, dan pemrosesan sedangkan PBL mengidentifikasi masalah,

mengkonfrontasikan informasi baru pengalamannya, dan proses penemuan pengetahuan secara personal.

Pembelajaran berbasis *project based learning* mempunyai beberapa prinsip yaitu:

a. Prinsip Sentralisitis

Menegaskan bahwa kerja *project based learning* merupakan esensi dari kurikulum. Model ini merupakan pusat strategi pembelajaran, dimana peserta didik mengalami dan belajar konsep-konsep inti suatu disiplin ilmu melalui proyek.

b. Prinsip pendorong

Kerja proyek berfokus pada “pertanyaan atau permasalahan” yang dapat mendorong peserta didik untuk berjuang memperoleh konsep atau prinsip utama suatu bidang tertentu. Jadi kerja proyek ini dapat sebagai *ekternal motivation* yang mampu mengunggah peserta didik untuk menumbuhkan kemandiriannya dalam mengerjakan tugas-tugas pembelajaran.

c. Prinsip *investigasi konstruktif*

Merupakan yang mengarah kepada pencapaian tujuan, yang mengandung kegiatan inkuiri, pembangunan konsep, dan resolusi. Dalam *investigasi* memuat proses perancangan, pembuatan keputusan, penemuan masalah, pemecahan masalah, *discovery* dan pembentukan model.

d. Prinsip Otonomi

Prinsip otonomi dapat diartikan sebagai kemandirian peserta didik dalam melaksanakan proses pembelajaran, yaitu bebas menentukan pilihan sendiri, bekerja dengan minimal *supervise* dan bertanggung jawab. Oleh karena itu lembar kerja peserta didik, petunjuk kerja pratikum dan sejenisnya bukan merupakan aplikasi dari prinsip pembelajaran berbasis proyek. Dalam hal ini guru hanya sebagai fasilitator untuk mendorong tumbuhnya kemandirian peserta didik.

e. Prinsip realistik

Proyek merupakan sesuatu yang nyata, bukan seperti disekolah. Pembelajaran berbasis proyek harus dapat memberikan perasaan realistik kepada peserta didik, termasuk dalam memilih topik, tugas, peran konteks kerja, kolaborasi kerja, produk, pelanggan, maupun standar produknya.

C. Pengembangan Modul Matematika Berdasarkan Model Pembelajaran PBL  
(*Project Based Learning*)

1. Pengembangan bahan ajar berupa modul pembelajaran matematika berdasarkan model pembelajaran Project Based Learning.
2. Bahan ajar disusun sesuai dengan langkah-langkah model pembelajaran Project Based Learning.
3. Penyusunan bahan ajar pada pokok materi Program Linear kelas XI.

4. Bahan ajar yang dikembangkan dikaitkan dengan kehidupan sehari-hari.

#### D. Hasil Belajar

##### 1. Pengertian Hasil Belajar

Hasil belajar adalah kemampuan yang diperoleh anak setelah melalui kegiatan belajar. Hasil belajar merupakan perubahan tingkah laku setelah peserta didik melakukan serangkaian kegiatan belajar yang menyangkut kognitif, afektif, dan psikomotor. Perubahan yang dimaksud adalah perubahan yang sesuai dengan tujuan pembelajaran.

Hasil belajar menurut taksonomi Bloom dibagi menjadi 3 ranah yaitu:

##### a. Ranah Kognitif

Ranah kognitif adalah ranah yang mencakup kegiatan mental (otak). Dalam ranah kognitif itu terdapat enam jenjang proses berpikir, mulai dari jenjang yang terendah sampai jenjang yang paling tinggi. Keenam jenjang dimaksud adalah:

1. Pengetahuan/hafalan/ ingatan (*Knowledge*)
2. Pemahaman (*Comprehension*)
3. Penerapan (*Applicatin*)
4. Analisis (*Analysis*)
5. Sintesis (*Synthesis*), dan
6. Penilaian (*Evaluation*).

Berkenaan dengan ingatan, pemahaman, aplikasi, analisis, sintesis, dan evaluasi. Belajar kognitif ini melibatkan proses pengenalan dan atau penemuan yang mencakup berfikir, menalar, menilai dan memberikan imajinasi yang selanjutnya akan membentuk perilaku baru.

b. Ranah Afektif

Ranah afektif adalah ranah yang berkaitan dengan sikap dan nilai. Beberapa pakar mengatakan bahwa sikap seseorang dapat diramalkan perubahannya bila seseorang telah memiliki penguasaan kognitif tingkat tinggi. Ranah afektif ini oleh Krathwohl dan kawan-kawan ditaksonomi menjadi lebih rinci lagi kedalam lima jenjang, yaitu:

1. *Receiving* atau *attending* (menerima atau memperhatikan)
2. *Responding* (menanggapi)
3. *Valuing* (menilai atau menghargai)
4. *Organization* (mengatur atau mengorganisasikan)
5. *Characterization by a value or value complex* (karakterisasi dengan suatu nilai atau kompleks nilai).

Berkenaan dengan respon peserta didik yang melibatkan ekspresi, perasaan atau pendapat pribadi peserta didik terhadap hal-hal yang relatif sederhana. Belajar afektif ini seseorang

menentukan bagaimana ia menghubungkan dirinya dengan pengalaman baru. belajar afektif mencakup nilai, emosi dorongan minat dan sikap.

c. Ranah Psikomotor

Ranah psikomotorik adalah ranah yang berkaitan dengan keterampilan (skill). Hasil belajar ranah psikomotor dikemukakan oleh Simpson yang menyatakan bahwa hasil belajar psikomotor ini tampak dalam keterampilan(skill) dan kemampuan bertindak individu. Hasil belajar psikomotor merupakan kelanjutandari hasil belajar kognitif dan hasil belajar afektif.

Berkeanaan dengan kerja otot sehingga menyebabkan gerakan tubuh. Proses belajar psikomotor seorang dapat menentukan bagaimana ia mampu mengendalikan aktivitas ragawinya.

Menurut A.J. Romiszowski hasil belajar merupakan keluaran (*outputs*) dari suatu sistem pemrosesan masukan (*inputs*). Masukan dari sistem tersebut merupakan bermacam-macam informasi sedangkan keluarannya adalah perbuatan atau kinerja (*performance*).

Menurut Romiszowski, perbuatan merupakan petunjuk bahwa proses belajar telah terjadi dan hasil belajar dapat dikelompokkan ke dalam dua macam yaitu:

1. Pengetahuan

Pengetahuan ini terdiri dari empat kategori yaitu pengetahuan tentang fakta, pengetahuan tentang prosedur, pengetahuan tentang konsep, dan pengetahuan tentang prinsip.

2. Keterampilan

Keterampilan ini terdiri dari empat kategori yaitu keterampilan untuk berfikir kognitif, keterampilan untuk bertindak atau motorik, keterampilan bereaksi atau bersikap, dan keterampilan berinteraksi.

Menurut John M. Keller hasil belajar sebagai keluaran dari suatu pemrosesan berbagai masukan yang berupa informasi. Hasil belajar merupakan suatu bentuk formula  $B = f(P, E)$  yaitu hasil belajar (*behavior*) merupakan fungsi dari masukan pribadi (*personal inputs*) dan kelompok masukan yang berasal dari lingkungan (*environ mental inputs*).

2. Faktor-faktor yang Mempengaruhi Hasil Belajar

Faktor-faktor yang mempengaruhi belajar banyak jenisnya tapi secara umum digolongkan menjadi tiga macam yaitu faktor internal, faktor eksternal, dan faktor pendekatan belajar.

- a. Faktor internal peserta didik meliputi 2 aspek yaitu: aspek fisiologis yang bersifat jasmani (tingkat kesehatan indera) dan aspek psikologis yang bersifat rohani (tingkat inteligensi, sikap, minat, bakat, dan motivasi).
- b. Faktor eksternal peserta didik terdiri atas dua macam: faktor lingkungan sosial (guru, staf administrasi dan teman-teman sekelasnya) dan faktor lingkungan nonsosial (gedung sekolah, rumah tempat tinggal, alat-alat belajar, cuaca dan waktu belajar).
- c. Faktor pendekatan belajar (strategi atau model pembelajaran yang digunakan)

Menurut Slameto faktor yang mempengaruhi belajar ada dua yaitu:

1. Faktor-faktor internal terdiri dari:

- a. Faktor Jasmani

Faktor jasmani ini terdiri dari faktor kesehatan dan cacat tubuh. Kesehatan adalah keadaan atau hal sehat. Agar seseorang dapat belajar dengan baik haruslah mengusahakan kesehatan badannya tetap terjamin dengan cara selalu mengindahkan ketentuan-ketentuan tentang bekerja, belajar, istirahat, tidur, makan, olahraga, rekreasi, dan ibadah. Sedangkan cacat tubuh

adalah sesuatu yang menyebabkan kurang baik atau kurang sempurna mengenai tubuh atau badan.

b. Faktor psikologis

Faktor psikologis terdiri dari faktor-faktor yaitu, intelegensi, perhatian, minat, bakat, motif, kematangan, dan kelelahan. Intelegensi adalah kecakapan yang terdiri dari tiga jenis yaitu, kecakapan untuk menghadapi dan menyesuaikan ke dalam situasi yang baru dengan cepat dan efektif, mengetahui/menggunakan konsep-konsep yang abstrak secara efektif, dan mengetahui relasi dan mempelajarinya dengan cepat. Perhatian menurut Gazali adalah keaktifan jiwa yang dipertinggi, jiwa itu pun semata-mata tertuju kepada suatu objek atau sekumpulan objek. Minat adalah kecenderungan yang tetap untuk memperhatikan dan mengenang beberapa kegiatan. Bakat adalah kemampuan untuk belajar. Kemampuan itu baru akan terealisasi menjadi kecakapan yang nyata sesudah belajar atau berlatih. Motif adalah daya penggerak atau pendorong. Kematangan adalah suatu tingkat atau fase pertumbuhan seseorang, dimana alat-alat tubuhnya sudah siap untuk melaksanakan kecakapan baru.

Kesiapan adalah kesediaan untuk memberikan respon atau bereaksi.

c. Faktor Kelelahan

Kelelahan pada seseorang walaupun sulit untuk dipisahkan tetapi dapat dibedakan menjadi dua macam yaitu, kelelahan jasmani yang terlihat dengan lemah lunglai tubuhnya dan timbul kecenderungan untuk membaringkan tubuh, dan kelelahan rohani yang dapat dilihat dari adanya kelesuan dan kebosanan sehingga minat dan dorongan untuk menghasilkan sesuatu hilang.

2. Faktor-faktor eksternal terdiri dari:

a. Faktor Keluarga

Peserta didik yang belajar akan menerima pengaruh dari keluarga berupa: cara orang tua mendidik, relasi antara anggota keluarga, suasana rumah tangga, dan keadaan ekonomi keluarga.

b. Faktor Sekolah

Faktor sekolah yang mempengaruhi belajar ini mencakup metode mengaja, kurikulum, relasi guru dengan peserta didik, relasi peserta didik dengan peserta didik, disiplin sekolah, pelajaran dan waktu sekolah,

standar pelajaran, keadaan gedung, metode belajar dan tugas rumah.

c. Faktor Masyarakat

Masyarakat merupakan faktor eksteren yang juga berpengaruh terhadap belajar siswa. Pengaruh itu terjadi karena keberadaan siswa dalam masyarakat.

## BAB III

### METODE PENELITIAN

#### A. Tempat dan Waktu Penelitian

##### 1. Tempat

Penelitian dilaksanakan di sekolah SMA Muhammadiyah 2 Medan

##### 2. Waktu

Dilaksanakan pada tanggal 08 Oktober 2018

#### B. Metode dan Jenis Penelitian

##### 1. Metode Penelitian

Penelitian ini menghasilkan Bahan Ajar dengan Pendekatan Project Based Learning pada Materi Program Linear untuk siswa Kelas XI SMA.

##### 2. Jenis Penelitian

Penelitian pengembangan ini mengikuti model pengembangan sistem pembelajaran ADDIE (analisis, perencanaan, pengembangan, implementasi, dan evaluasi).

#### C. Subjek dan Prosedur Penelitian

##### 1. Subjek Penelitian

Subjek dalam penelitian ini adalah siswa kelas XI SMA Muhammadiyah 2 Medan tahun ajaran 2018/2019.

## 2. Prosedur Penelitian

Prosedur penelitian yang digunakan adalah sistem pembelajaran ADDIE. Model pengembangan sistem pembelajaran ADDIE terdiri dari lima tahapan, yaitu: analisis (analysis), perencanaan (design), pengembangan (development), implementasi (implementation), dan evaluasi (evaluation).

### 1. Analisis (analysis)

Dalam tahapan ini dilakukan analisis kebutuhan untuk menentukan masalah dan solusi yang tepat dan menentukan kompetensi siswa, meliputi: analisis kebutuhan, analisis kurikulum, dan analisis karakteristik siswa.

### 2. Perencanaan (design)

Berdasarkan hasil analisis yang dilakukan, selanjutnya penelitian dilakukan perancangan. Beberapa langkah yang dilakukan pada tahap ini adalah:

- a. Mengumpulkan referensi dan gambar
- b. Menyusun rancangan bahan ajar, dan
- c. Menyusun instrumen bahan ajar.

### 3. Pengembangan (development)

Pada tahapan ini dilakukan realisasi kerangka produk menjadi kerangka produk yang siap diimplementasikan. Selain itu juga dilakukan validasi dan revisi produk sehingga mencapai tujuan yang diharapkan.

#### 4. Implementasi (implementation)

Bahan Ajar yang telah dikembangkan, selanjutnya divalidasi oleh guru bidang studi. Kemudian dilakukan uji coba bahan ajar disekolah secara terbatas pada kelas XI SMA Muhammadiyah 2 Medan. Saat kegiatan pembelajaran berlangsung dilakukan observasi keterlasanaan kegiatan pembelajaran oleh 2 observer lain. Setelah kegiatan pembelajaran menggunakan bahan ajar yang dikembangkan selesai kemudian dilakukan tes hasil belajar dan penyebaran angket penilaian guru dan siswa.

#### 5. Evaluasi (evaluation)

Pada tahap evaluasi, dilakukan analisis kualitas produk yang dihasilkan. Pada tahap ini penulis menganalisis dan mendeskripsikan kevalidan, kepratisan, dan keefektifan Bahan Ajar yang dikembangkan dengan pendekatan Project Based Learning.

### D. Data, Instrumen, dan Teknik Pengumpulan Data

#### 1. Data

Data yang dikumpulkan adalah data kualitatif dan kuantitatif. Data kualitatif pada penelitian ini diperoleh dari masukan dosen pembimbing, dosen ahli, dan guru matematika mengenai bahan ajar yang dikembangkan. Sedangkan data kuantitatif pada penelitian ini diperoleh dari hasil penilain dosen ahli dan guru matematika, hasil

penilaian siswa, hasil lembar observasi keterlaksanaan pembelajaran, dan hasil tes.

## 2. Teknik Pengumpulan Data

Dalam pengembangan ini, digunakan tes sebagai teknik pengumpulan data. Lembar Penilaian Bahan Ajar Matematika oleh siswa dan guru untuk mengukur kevalidan dan kepratisan produk. Sedangkan pengumpulan data melalui tes di dapat setelah siswa belajar menggunakan produk yang dikembangkan dengan tujuan untuk mengukur keaktifan Bahan Ajar.

## 3. Teknik Analisis Data

Teknik analisis data dilakukan untuk mendapatkan produk berkualitas baik yang memenuhi aspek kevalidan, kepraktisan dan keefektifan. Apabila ketiga syarat tersebut terpenuhi, maka diperoleh bahan ajar yang berkualitas. Teknik analisis data yang digunakan pada penelitian ini adalah menjumlahkan skor yang diperoleh dari penilaian para ahli. Kemudian, mengkonversikan data tersebut ke dalam bentuk kuantitatif skala lima, dengan kriteria konversi data sebagai berikut :

Tabel 1. Konversi Data Kuantitatif ke Data Kualitatif dengan Skala Likert

Rentang Skor	Nilai	Kriteria
$X > \bar{M}_i + 1,8 SB_i$	A	Sangat Baik
$\bar{M}_i + 0,6 SB_i < X \leq \bar{M}_i + 1,8 SB_i$	B	Baik

$\overline{M}_i - 0,6 SB_i < X$ $\leq \overline{M}_i + 0,6 SB_i$	C	Cukup Baik
$\overline{M}_i - 1,8 SB_i < X$ $\leq \overline{M}_i - 0,6 SB_i$	D	Kurang Baik
$X \leq \overline{M}_i - 1,8 SB_i$	E	Tidak Baik

(Widoyoko,2009: 238)

Keterangan:

- $X = \text{Skor validator}$
- $\overline{M}_i = \text{Rerata skor ideal}$ 

$$= \frac{1}{2} (\text{skor maksimum ideal} + \text{skor minimum ideal})$$
- $SB_i = \text{Simpangan baku ideal}$ 

$$= \frac{1}{6} (\text{skor maksimum ideal} - \text{skor minimum ideal})$$

1. Analisis Data Kuantitatif

a. Analisis Data Kevalidan

Skor maksimal, skor minimal, rata-rata, skor ideal dan simpangan baku ideal untuk kevalidan bahan ajar yang ideal.

Tabel 2. Skor Maksimal, Skor Minimal, Rata-rata, Skor ideal, dan simpangan Baku untuk Kevalidan Bahan Ajar Matematika

Komponen	Banyak Item	Skor Maksimal Ideal	Skor Minimal Ideal	Rata-rata skor Ideal	Simpangan Baku Ideal
Bahan Ajar	18	180	36	108	24

Widoyoko,2009: 238)

Berdasarkan Tabel 1 dan 2 dapat dibuat kriteria kevalidan bahan ajar matematika berdasarkan penilaian para ahli sebagai berikut:

Tabel 3. Kriteria Kevalidan Bahan Ajar Matematika Berdasarkan Para Ahli

Kevalidan	Interval Skor	Kategori
Bahan Ajar	$X > 151,2$	Sangat Baik
	$122,4 < X \leq 151,2$	Baik
	$93,6 < X \leq 122,4$	Cukup Baik
	$64,8 < X \leq 93,6$	Kurang Baik
	$X \leq 64,8$	Tidak Baik

Berdasarkan Tabel 3, bahan ajar dikatakan valid jika kevalidan yang dicapai minimal dalam kategori baik. Jika kevalidan bahan ajar belum mencapai kategori baik, maka perlu dilakukan revisi kembali hingga diperoleh bahan ajar yang ideal.

a. Analisis Data Kepraktisan

Teknik analisis data kepraktisan produk yang dihasilkan didapatkan dari hasil analisis lembar penilaian guru, penilaian siswa, dan observasi keterlaksanaan pembelajaran.

1. Analisis Kepraktisan yang ditinjau dari hasil penilaian guru Skor maksimal, skor minimal, rata-rata, skor ideal, dan simpangan baku untuk penilaian guru sebagai berikut :

Tabel 4. Skor Maksimal, Skor Minimal, rata-rata, skor ideal, dan simpangan baku ideal untuk penilaian Guru

Komponen	Banyak item	Skor Maksimal Ideal	Skor Minimal Ideal	Rata-rata Skor Ideal	Simpangan Baku Ideal
Bahan Ajar	17	85	17	51	11.33

Berdasarkan Tabel 1 dan 4 dapat dibuat kriteria kepastian bahan ajar Matematika berdasarkan penilaian guru sebagai berikut:

Tabel 5 Kriteria Kepraktisan Bahan Ajar Matematika Berdasarkan Penilaian Guru

Kevalidan	Interval Skor	Kategori
Bahan Ajar	$X > 151,2$	Sangat Baik
	$122,4 < X \leq 151,2$	Baik

	$93,6 < X \leq 122,4$	Cukup Baik
	$64,8 < X \leq 93,6$	Kurang Baik
	$X \leq 64,8$	Tidak Baik

Berdasarkan Tabel 5 bahan ajar dikatakan praktis jika kepraktisan yang dicapai minimal dalam kategori baik.

2. Analisis kepraktisan ditinjau dari hasil penilaian siswa

Skor maksimal, skor minimal, rata-rata, skor ideal, dan simpangan baku ideal untuk respon siswa sebagai berikut:

Tabel 6 Skor Maksimal, Skor Minimal, Rata-rata, Skor Ideal, dan Simpangan Baku untuk respon siswa

Komponen	Banyak Item	Skor Maksimal Ideal	Skor Minimal Ideal	Rata-rata Skor Ideal	Simpangan Baku Ideal
Bahan Ajar	16	2400	480	1440	320

Berdasarkan Tabel 1 dan Tabel 6 dapat dibuat kriteria kepraktisan Bahan Ajar Matematika berdasarkan respon sebagai berikut :

Tabel 7. Kriteria Kepraktisan Bahan Ajar Matematika Berdasarkan Respon Siswa

Kevalidan	Interval Skor	Kategori
-----------	---------------	----------

Bahan Ajar	$X > 2016$	Sangat Baik
	$1631 < X \leq 2016$	Baik
	$1248 < X \leq 1632$	Cukup Baik
	$864 < X \leq 1248$	Kurang Baik
	$X \leq 864$	Tidak Baik

Berdasarkan Tabel 1 dan Tabel 6 dapat dibuat Kriteria Kepraktisan Bahan Ajar Matematika Berdasarkan respon sebagai berikut :

Tabel 7. Kriteria Kepraktisan Bahan Ajar Matematika Berdasarkan Respon Siswa

Kevalidan	Interval Skor	Kategori
Bahan Ajar	$X > 2016$	Sangat Baik
	$1631 < X \leq 2016$	Baik
	$1248 < X \leq 1632$	Cukup Baik
	$864 < X \leq 1248$	Kurang Baik
	$X \leq 864$	Tidak Baik

Berdasarkan Tabel 7, Bahan Ajar dikatakan valid jika kepraktisan yang dicapai minimal dalam kategori baik.

3. Analisis Kepraktisan ditinjau dari observasi keterlaksanaan pembelajaran

Analisi ini dilakukan oleh dua pengamat 20 kegiatan guru dan 20 kegiatan siswa. Setelah itu dihitung persentase keterlaksanaan pembelajaran pada setiap pertemuan dengan menggunakan rumus :

*Persentase Keterlaksanaan*

$$= \frac{\text{Frekuensi item yang terlaksana}}{\text{Total item}} \times 100\%$$

Berdasarkan rumus tersebut Bahan ajar dikatakan praktis berdasarkan keterlaksanaan pembelajaran itu jika persentase keterlaksanaan mencapai 75 %

c. Analisis Data Keefektifan

Analisis data hasil tes prestasi siswa untuk mengetahui produk yang dikembangkan adalah sebagai berikut :

1. Menghitung skor tiap butir yang diperoleh masing-masing siswa
2. Menghitung skor akhir tiap siswa dengan menggunakan rumus :

$$\text{skor akhir} = \frac{\text{skor yang diperoleh siswa}}{\text{skor maksimal}} \times 100\%$$

3. Menentukan persentase siswa yang tuntas atau mencapai Kriteria Ketuntasan Minimum (KKM) dengan menggunakan rumus :

*Persentase ketuntasan*

$$= \frac{\text{banyak siswa yang mencapai KKM}}{\text{banyak siswa seluruhnya}} \times 100\%$$

Berdasarkan langkah-langkah analisis data hasil tes siswa diatas, bahan ajar matematika dikatakan efektif berdasarkan tes prestasi jika presentase siswa yang tuntas mencapai nilai minimal 80%.

## 2. Analisis Data kuantitatif

Data kuantitatif diperoleh dari catatan lapangan saat uji coba dan masukan dari siswa pada angket penilaian siswa. Data tersebut dianalisis secara deskriptif kualitatif

## BAB IV

### HASIL DAN PEMBAHASAN

Model pengembangan yang digunakan dalam penelitian ini adalah model pengembangan ADDIE. Berdasarkan model pengembangan ADDIE, langkah-langkah pengembangan yang dilakukan sebagai berikut :

1. Analisis (*analysis*)

- a. Analisis Kebutuhan

Hasil analisis ini diperoleh melalui observasi maupun wawancara. Berdasarkan hasil observasi maupun wawancara yang dilakukan kepada seorang guru matematika kelas XI SMA Muhammadiyah diperoleh informasi bahwa peran guru masih sangat dominan dalam pembelajaran matematika di kelas. Informasi lain yang diperoleh adalah berdasarkan rata-rata hasil Ujian Nasional (UN) matematika siswa SMA Muhammadiyah 2 Medan tahun pelajaran 2014/2015 masih rendah, terutama pada materi program linear. Guru masih kesulitan menemukan bahan ajar yang dapat memfasilitasi hal tersebut.

- b. Analisis Kurikulum

Analisis kurikulum dilakukan dengan menganalisis standar kompetensi dan kompetensi dasar serta indikator pencapaian kompetensi dengan mengacu pada Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP). Pemaparan standar kompetensi, kompetensi dasar serta penjabaran indikator pencapaian kompetensi materi Program Linier untuk siswa kelas XI SMA sebagai berikut:

Tabel 8. SK,KD dan Indikator Materi Program Linear

STANDAR KOMPETENSI	KOMPETENSI DASAR	INDIKATOR
1. Menyelesaikan masalah program linier	1.2 Membuat grafik himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan	1. Pertidaksamaan linier ditentukan daerah penyelesaiannya 2. Sistem pertidaksamaan linier dua variabel ditentukan daerah penyelesaiannya
	1.3 Menentukan model matematika dari soal cerita (kalimat verbal)	1. Soal cerita (kalimat verbal) diterjemahkan ke dalam kalimat matematika 2. Kalimat matematika

		ditentukan
	1.4	1. Fungsi obyektif
	Menentukan nilai optimum	ditentukan dari soal 2. Nilai optimum
	1.5	1. Garis selidik
	Menerapkan garis selidik	dituliskan dari fungsi obyektif

c. Analisis Karakteristik Siswa

Analisis karakteristik siswa bertujuan untuk mengetahui karakteristik siswa yang akan menggunakan bahan ajar yang dikembangkan. Analisis siswa dilakukan untuk mengetahui karakteristik siswa kelas XI SMA Muhammadiyah 2 Medan. Analisis dilakukan selama peneliti melaksanakan kegiatan PPL. Dari hasil analisis didapatkan bahwa siswa kelas XI memiliki kemampuan yang beragam. Hal ini dapat dilihat dalam pembelajaran misalnya terdapat siswa yang bertanya kepada guru jika menemui kebingungan.

2. Perancangan (*design*)

Berdasarkan hasil analisis yang dilakukan, selanjutnya peneliti melakukan perancangan. Pada tahap ini ada dua jenis kegiatan, yaitu :

a. Menyiapkan referensi, gambar dan materi

Peneliti mencari dan mengumpulkan buku referensi yang relevan sebagai acuan dalam mengembangkan lembar kegiatan siswa. Selain buku referensi, peneliti juga mengumpulkan gambar-gambar yang berkaitan dengan materi

untuk digunakan dalam lembar kegiatan siswa. peneliti memperoleh gambar-gambar tersebut dari internet.

b. Menyusun rancangan bahan ajar

c. Menyusun instrumen bahan ajar

### 3. Pengembangan (*development*)

Tahap pengembangan merupakan tahap realisasi rancangan bahan ajar dan rancangan instrumen yang digunakan untuk mengukur kinerja produk yang telah dikembangkan.

a. Pengembangan bahan ajar

Pada penelitian ini, bahan ajar disusun dan dirancang untuk 3 kali pertemuan

b. Penilaian Bahan ajar

Data kuantitatif yang diperoleh berupa skor penilaian ahli terhadap kevalidan Bahan Ajar. Kemudian, data tersebut dikonversi menjadi data kualitatif untuk menentukan kriteria kevalidan Bahan Ajar. Hasil penilaian Bahan Ajar oleh para ahli sebagai berikut:

Tabel 12. Hasil Analisis Validasi Bahan Ajar oleh Ahli

Aspek	Skor
Kelayakan Isi	45
Penyajian Materi	40
Kebahasaan	18
Kegrafikan	52
Skor Total	155
Kriteria	Sangat Baik

3. Implementasi (*implementation*)

a. Uji Coba Lapangan

Sebelum melaksanakan uji coba ini, peneliti terlebih dahulu berdiskusi dengan guru mata pelajaran matematika kelas XI SMA Muhammadiyah 2 Medan. Dari hasil diskusi dan uji coba yang dilakukan, peneliti mendapatkan data yang digunakan untuk mengetahui kualitas Bahan Ajar yang dikembangkan. Penjelasan mengenai data yang diperoleh dari hasil diskusi dan uji coba diuraikan sebagai berikut :

a. Data kepraktisan

Data kepraktisan diperoleh dari penilaian guru, respon siswa, dan keterlaksanaan pembelajaran. Adapun penjelasan mengenai data tersebut adalah:

1. Data penilaian guru

Data penilaian guru dilakukan oleh seorang guru matematika yang mengajar di kelas XI SMA Muhammadiyah 2 Medan. Penilaian diperoleh melalui pemberian suatu lembar penilaian yang berupa penilaian terhadap bahan ajar yang dikembangkan. Adapun hasil analisis penilaian guru sebagai berikut:

Tabel 13. Hasil Analisis Penilaian Guru

Aspek	Nilai
Kesesuaian dengan KD	10
Materi	9
Kegunaan Bahan Ajar	17
Kemudahan Bahan Ajar	32
Alokasi Waktu	5
Keefektifan Bahan Ajar	5
Skot Total Bahan Ajar	78
Kriteria Bahan Ajar	Sangat Baik

Berdasarkan hasil analisis pada Tabel 2.1 diperoleh skor total dari penilaian Bahan Ajar yaitu 78, maka Bahan Ajar yang dikembangkan dikriteriakan sangat baik. Berdasarkan pengkriteriaan tersebut dapat disimpulkan bahwa Bahan Ajar yang dikembangkan praktis berdasarkan penilaian guru.

## 2. Data Penilaian Siswa

Data penilaian siswa diperoleh dari 30 siswa di kelas XI SMA Muhammadiyah 2 Medan. Penilaian ini diperoleh setelah siswa melaksanakan pembelajaran matematika dengan menggunakan yang dikembangkan. Adapun hasil analisis penilaian siswa sebagai berikut:

Tabel 14. Hasil Analisis Penilaian Siswa

Butir	Nilai
1	140
2	123
3	133
4	135
5	131
6	128
7	130
8	142
9	142
10	120
11	133
12	139
13	141
14	139
15	13
Skor Total	2012
Kriteria	Sangat Baik

pembelajaran pada setiap pertemuan sebagai berikut:

Tabel 15. Hasil Observasi Keterlaksanaan

Pembelajaran

Pertemuan	Pengamat	Persentase	
		Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa
1	1	75%	75%
	2	75%	75%
2	1	85%	85%
	2	85%	80%
3	1	100%	95%
	2	100%	100%
Rata-rata Keseluruhan		86%	

Berdasarkan hasil analisis pada Tabel 2.2 diperoleh skor total dari penilaian Bahan Ajar yaitu 2012, maka bahan ajar yang dikembangkan dikriteriakan sangat baik. Berdasarkan pengkriteriaan tersebut dapat disimpulkan bahwa bahan ajar yang dikembangkan praktis berdasarkan penilaian siswa.

a. Data keterlaksanaan pembelajaran

Selama pelaksanaan pembelajaran, dilakukan observasi untuk mengetahui keterlaksanaan langkah-langkah pembelajaran yang ada pada Bahan ajar yang dikembangkan. Pada penelitian ini, observasi dilakukan oleh dua pengamat.

Adapun hasil observasi keterlaksanaan

Berdasarkan hasil observasi keterlaksanaan pembelajaran diperoleh persentase ketercapaian >75%. Ini berarti bahwa Bahan ajar yang dikembangkan praktis berdasarkan keterlaksanaan pembelajaran.

b. Data keefektifan

Data keefektifan diperoleh dari hasil tes prestasi yang dilakukan di akhir pembelajaran matematika. Soal tes yang diberikan kepada siswa merupakan soal *post-test*, yang terdiri dari lima soal uraian. Adapun perbandingan ketuntasan siswa pada tes prestasi sebelum dan sesudah pembelajaran adalah:

Tabel 16. Perbandingan Ketuntasan Siswa

	<i>Pre-Test</i>	<i>Post-Test</i>
Rata-rata	51,5	81,42
Banyak Siswa yang	2	26
Persentase Siswa yang	7%	87%
Persentase Siswa yang	93%	13%

Berdasarkan hasil analisis di atas terlihat perbedaan antara hasil *pre-test* dan *post-test*. Sebelum pembelajaran, persentase siswa yang tuntas sebesar 7%. Ini berarti sebagian besar siswa belum mempunyai pemahaman terhadap materi yang terkait dengan program linear.

Pada hasil *post-test* terlihat bahwa ada 26 siswa yang tuntas dengan persentase ketuntasan sebesar 87%. Dari persentase tersebut, sebagian besar siswa telah mencapai Kriteria Ketuntasan Minimum (KKM) yang ditetapkan sekolah, yaitu 75. Sesuai dengan yang dijelaskan pada BAB III, bahan ajar yang dikembangkan dikategorikan sangat baik sehingga bahan ajar dapat dikatakan efektif.

#### Kajian Produk Akhir

Berdasarkan hasil penelitian yang telah diuraikan di atas, diperoleh produk berupa Bahan Ajar dengan pendekatan *project based learning* yang valid, praktis, dan efektif.

##### 1. Kevalidan

Nieveen (1999: 127) bahwa bahan ajar dikatakan valid jika sesuai dengan teorinya. Skor kevalidan untuk Bahan Ajar adalah 155, dengan kriteria sangat baik.

Berdasarkan skor kevalidan yang diuraikan di atas, maka dapat disimpulkan bahwa bahan ajar yang dihasilkan valid dan layak digunakan.

##### 2. Kepraktisan

Praktis menurut Nieveen (1999: 127) dapat diartikan bahwa perangkat pembelajaran yang dikembangkan dapat membantu dan memberikan kemudahan bagi penggunanya. Berdasarkan hasil analisis kepraktisan ditinjau dari penilaian guru diperoleh bahwa skor kepraktisan skor kepraktisan Bahan ajar adalah 78. Kedua penilaian guru mencapai kriteria sangat baik. Selanjutnya, skor kepraktisan keduanya adalah 78 dengan kriteria sangat baik.

Berdasarkan penilaian siswa diperoleh skor kepraktisan Bahan Ajar yaitu 2012 dengan kriteria sangat baik. Bahan Ajar memudahkan siswa untuk memahami materi yang diberikan dan memudahkan pelaksanaan pengajaran kepada siswa (Prastowo, 2011: 208). Hasil lembar observasi keterlaksanaan pembelajaran menurut observer pertama pada pertemuan pertama, kedua, dan ketiga secara berturut-turut menunjukkan persentase 75%, 85%, dan 98%. Sedangkan hasil lembar observasi kegiatan pembelajaran menurut observer kedua pada pertemuan pertama, kedua, dan ketiga secara berturut-turut menunjukkan persentase 75%, 83%, dan 100%. Rata-rata hasil lembar observasi keterlaksanaan kegiatan pembelajaran menunjukkan persentase 86% dengan kriteria sangat baik. Berdasarkan skor kepraktisan yang diuraikan tersebut, dapat disimpulkan bahwa bahan ajar yang dihasilkan praktis dan layak digunakan.

### 3. Keefektifan

Hasil analisis dari tes prestasi siswa sebanyak 28 orang menunjukkan siswa yang tuntas pada *pre-test* sebanyak 2 orang dengan ketuntasan sebesar 7% dan siswa yang tuntas pada *post-test* sebanyak 26 orang dengan ketuntasan sebesar 87%. Berdasarkan kualitas bahan ajar dari hasil *pre-test* dan *post-test* yang telah ditetapkan, dapat disimpulkan bahwa bahan ajar matematika yang dikembangkan memiliki kualitas efektif. Bahan ajar dikatakan efektif jika bahan ajar yang digunakan dapat membantu siswa mencapai kompetensi yang harus dimilikinya (Widodo dan Jasmadi, 2008: 48). Persentase ketuntasan siswa lebih dari 75%.

Ini berarti bahwa bahan ajar matematika yang dihasilkan efektif dan layak digunakan.

Ketercapaian kualitas perangkat pembelajaran menggunakan pendekatan *project based learning* untuk meningkatkan hasil prestasi siswa ini sesuai dengan penelitian yang dilakukan oleh Ariyanti (2015: 133) bahwa model *project based learning* efektif ditinjau dari minat belajar matematika siswa yang mengakibatkan hasil tes prestasi siswa meningkat.

Berdasarkan uraian tersebut, dapat disimpulkan bahwa bahan ajar berbasis *project based learning* yang dikembangkan memiliki kualitas valid, praktis, dan efektif.

## BAB V

### KESIMPULAN DAN SARAN

#### A. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa bahan ajar matematika berdasarkan model pembelajaran Project Based Learning yang telah dikembangkan melalui tahap validasi oleh ahli materi dan diuji cobakan di SMA Muhammadiyah 2 Medan telah mencapai standar kelayakan dan mendapatkan respon positif dari peserta didik.

#### B. Saran

Beberapa saran yang dapat diberikan untuk bahan ajar matematika yaitu sebagai berikut :

1. Bahan Ajar matematika berdasarkan model pembelajaran Project Based Learning hanya menyajikan materi program linier sehingga diharapkan untuk penulis selanjutnya dapat mengembangkan bahan ajar matematika dengan materi yang lebih luas.
2. Agar diperoleh hasil yang lebih optimal, maka seharusnya pembelajaran dengan menggunakan Project Based Learning yang diinginkan serta dilakukan dalam waktu yang relatif lama.

## DAFTAR PUSTAKA

- Ennis, R. H (1996). *Critical Thinking*. USA: Prentice Hall, Inc.
- Fahinu (2007). *Meningkatkan Kemampuan Berfikir Kritis dan Kemandirian Belajar*
- Matematika pada Mahasiswa Melalui Pembelajaran Generatif. Desertasi pada PPs UPI tidak dipublikasikan
- Goldin, G.A.(2002). *Representation in Mathematical Learning and Problem Solving*.
- In. L.D. English (Ed). *International Research in Mathematics Education IRME*, 223. New Jersey : Lawrence Erlbaum Associates.
- Hwang. et.al (2007). *Multiple representation Skills and Creativity Effects on Mathematical ProblemSolving using a Multimedia Whiteboard System*. *Journal Educational Technology & Society*. 10(2). 191-212.
- Kaput, J.J & Goldin, G.A. (2004). *A joint Perspective on the Idea of Representation in Learning and Doing Mathematics.. Tersedia : [http://www. simlac.usmassad. edu](http://www.simlac.usmassad.edu)*.
- Mayadina, D (2005). *Pembelajaran dengan Pendekatan Diskursus untuk Mengembangkan Kemampuan berpikir Kritis Matematika Mahasiswa Calon Guru Sekolah Dasar*. Tesis pada PPS UPI tidak dipublikasikan.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000). *Principle and Standards for School Mathematics*. USA: NCTM
- Rochaminah, S (2008). *Pengaruh Pembelajaran Penemuan terhadap Kemampuan Berfikir Kristis Matematis*. Desertasi pada PPs UPI tidak dipublikasikan.

# LAMPIRAN

## PROGRAM LINEAR

Standar Kompetensi : Menyelesaikan masalah program linear

Kompetensi Dasar : 1. Menyelesaikan sistem persamaan linear dua variable

2. Merancang model matematika dari masalah program

linear

3. Menyelesaikan model matematika dari masalah

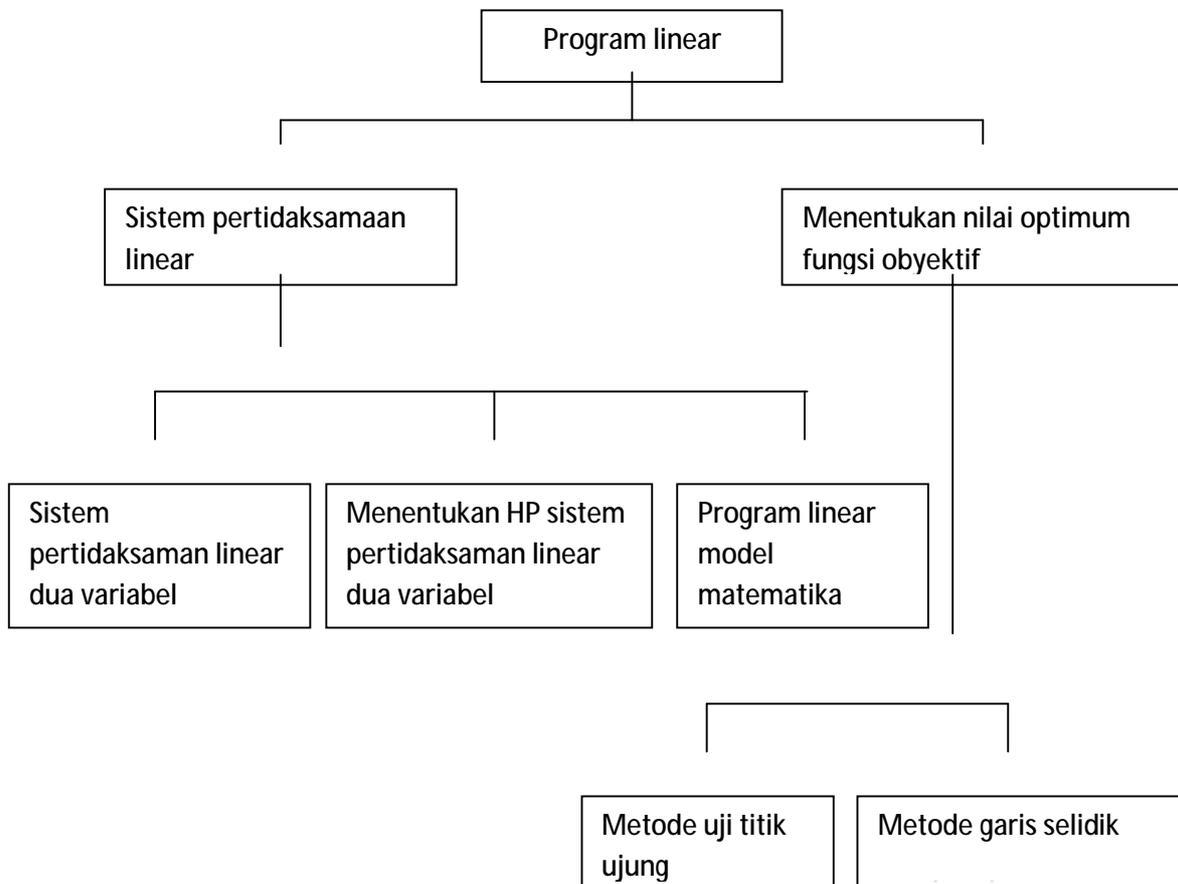
program linear dan penafsirannya



Setiap pengusaha pasti selalu menginginkan keuntungan sebanyak-banyaknya. Sebagai contoh Pak Badrun seorang pengusaha mebel mengerjakan proses finishing 2 set kursi, yaitu kursi tamu dan kursi makan. Dalam pengerjaannya ia dibantu beberapa karyawan. 1 set kursi tamu memerlukan waktu

4 jam mengampelas dan 4 jam untuk mewarnai. 1 set kursi makan memerlukan 3 jam untuk mengampelas dan 2 jam untuk mewarnai. Pak Badrun memiliki waktu untuk mengerjakan pesanan selama 160 jam untuk mengampelas dan 100 jam untuk mewarnai. Keuntungan bersih masing-masing kursi adalah Rp 50.000,00 dan Rp 40.000,00. Permasalahannya sekarang adalah berapa jumlah masing-masing kursi diproduksi agar diperoleh keuntungan yang sebesar-besarnya. Untuk menyelesaikan permasalahan yang dihadapi oleh Pak Badrun, maka digunakan program linear.

Pada pembahasan ini akan dipelajari mengenai sistem pertidaksamaan linear dan menentukan nilai optimum fungsi obyektif, untuk lebih jelasnya, perhatikan peta konsep berikut ini.



Program linear adalah bagian dari matematika yang merupakan metode/cara untuk menyelesaikan optimasi. Optimasi adalah memaksimalkan atau meminimumkan suatu permasalahan dalam bentuk fungsi obyektif/fungsi tujuan dengan kendala-kendala yang berbentuk sistem pertidaksamaan linear.

Program linear menjadi sangat penting dalam berbagai bidang, terutama bidang usaha seperti produksi barang, bidang pertanian dan perdagangan. Hal ini karena program linear dapat menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan memaksimalkan dan meminimumkan.

Dalam mempelajari program linear, kita perlu mengingat kembali cara menentukan himpunan penyelesaian pertidaksamaan linear dua variabel, termasuk membuat grafik dan suatu persamaan garis dan menentukan titik potong dari dua persamaan garis.

Sebelum lebih lanjut mempelajari program linear, coba selesaikan soal berikut ini:

1. Buat grafik dari persamaan  $x + 3y = 7$
2. Gambarlah grafik yang menyatakan himpunan penyelesaian dari  $2x+3y \geq 6$
3. Tentukan titik potong antara garis  $x + y = 5$  dan  $x + 2y = 8$

## **2.1 Sistem Pertidaksamaan Linear**

### **2.1.1 Sistem Pertidaksamaan Linear Dua Variabel**

Pertidaksamaan ‘adalah kalimat terbuka yang menggunakan tanda ketidaksamaan dan mengandung variabel. Sedangkan pertidaksamaan linear adalah pertidaksamaan yang berbentuk linear.

Contoh pertidaksamaan linear adalah

(i)  $4x < 10$

(ii)  $2x + 5y \geq 8$

(iii)  $x + y + z \leq 15$

Sehingga bentuk umum pertidaksamaan linear adalah :

$ax + by > c, ax + by \geq c, ax + by < c, ax + by \leq c$
--

Dengan  $x, y$  variabel dan  $a, b, c$  konstanta.

Jika dua atau lebih pertidaksamaan linear dua variabel atau mempunyai himpunan penyelesaian secara serempak maka disebut sistem pertidaksamaan linier dua variabel. Misalnya:

$$\left. \begin{array}{l} x + y \geq 10 \\ 2x + 5y \geq 20 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\} \text{Sistem pertidaksamaan linear}$$

### 2.1.1 Menentukan penyelesaian sistem pertidaksamaan linear dua variabel

Himpunan penyelesaian dari suatu sistem pertidaksamaan linear dua variabel merupakan irisan atau interseksi dari himpunan penyelesaian pertidaksamaan linear yang terdapat dalam sistem tersebut. Perhatikan contoh berikut!

Contoh 1

Tentukan daerah yang memenuhi himpunan penyelesaian pertidaksamaan  $x + 2y \geq 8$  dengan  $x, y \in \mathbb{R}$ !

Penyelesaian:

Sebelum kita menentukan daerah penyelesaiannya, kita perlu melukis batas-batas daerahnya yaitu grafik  $x + 2y = 8$ , dengan cara:

- a. Menentukan titik potong dengan sumbu x, berarti  $y = 0$

$$x + 2y = 8$$

$$\Leftrightarrow x + 2 \cdot 0 = 8$$

$$\Leftrightarrow x = 8$$

Titik potong dengan sumbu x adalah (8,0)

- b. Menentukan titik potong dengan sumbu y berarti  $x = 0$

$$x + 2y = 8$$

$$\Leftrightarrow 0 + 2y = 8$$

$$\Leftrightarrow 2y = 8$$

$$\Leftrightarrow y = 4$$

titik potong dengan sumbu y adalah (0,4)

Hal ini dapat diringkas dalam sebuah tabel, yaitu:

$x + 2y = 8$		
X	0	.....
Y	.....	0
titik (x,y)	.....	.....

→

$x + 2y = 8$		
X	0	8
Y	4	0
(x,y)	(0,4)	(8,0)

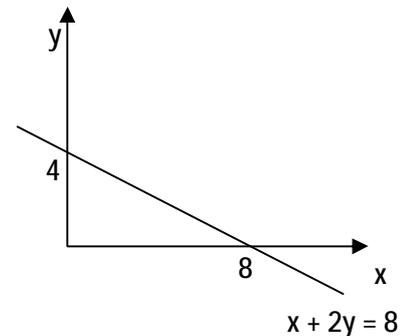
Sehingga grafiknya

Untuk menentukan daerah penyelesaian, maka kita pilih satu titik yang tidak dilewati garis  $x + 2y = 8$ , misalnya  $(0,0)$ . Kemudian substitusikan ke dalam pertidaksamaan  $x + 2y \geq 8$ . Sehingga diperoleh:

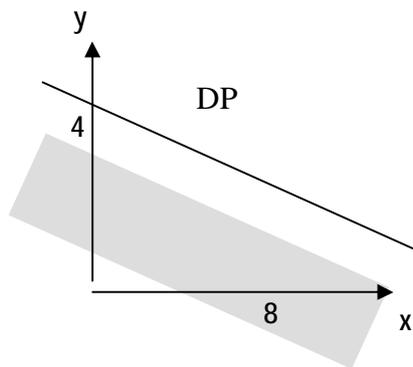
$$(0,0) \rightarrow x + 2y \geq 8$$

$$\Leftrightarrow 0 + 2(0) \geq 8$$

$$\Leftrightarrow 0 \geq 8 \text{ (merupakan pernyataan yang salah)}$$



Karena pernyataan tersebut salah, maka daerah yang ada titik  $(0,0)$  bukan merupakan daerah penyelesaian. Daerah penyelesaiannya adalah daerah yang tidak mengandung titik  $(0,0)$  dan dibatasi garis  $x + 2y \geq 8$ .



**catatan: dalam buku ini DP/HP**

**adalah daerah yang tidak diarsir**

Dari contoh di atas, diperoleh langkah-langkah untuk menyelesaikan masalah tersebut, yaitu:

1. Gambar grafik  $ax + by = c$
2. Ambil titik sembarang  $p(x_1, y_1)$  yang terletak di luar garis  $ax + by = c$  dan substitusikan titik P ke dalam pertidaksamaannya.
3. Menentukan himpunan penyelesaiannya dengan melihat apabila pertidaksamaan benar, maka daerah yang memuat titik  $P(x_1, y_1)$  adalah himpunan penyelesaiannya. Jika pertidaksamaan salah, maka daerah lain yang tidak memuat titik  $P(x_1, y_1)$  adalah himpunan penyelesaian.

### Contoh 2

Tentukan daerah yang memenuhi himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan linear  $x + y \leq 10$ ,  $x + 4y \leq 12$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$  untuk  $x, y \in \mathbb{R}$ .

Penyelesaian:

Himpunan penyelesaian diatas dapat diselesaikan dengan langkah-langkah:

1. Gambar grafik  $x + y = 10$  dan  $x + 4y = 12$
2. Ambil sembarang titik  $P(x_1, y_1)$ , misal titik  $(0,0)$  dan substitusikan ke dalam pertidaksamaannya.
3. Tentukan daerah penyelesaian berdasarkan langkah 2
4. Arsirlah daerah yang bukan merupakan himpunan penyelesaian sehingga

diperoleh:

1.

$x + y = 10$		
x	0	10
y	10	0
(x,y)	(0,10)	(10,0)

$x + 4y = 12$		
x	0	12
y	3	0
(x,y)	(0,3)	(12,0)

2.  $(0,0) \longrightarrow x + y \leq 10$

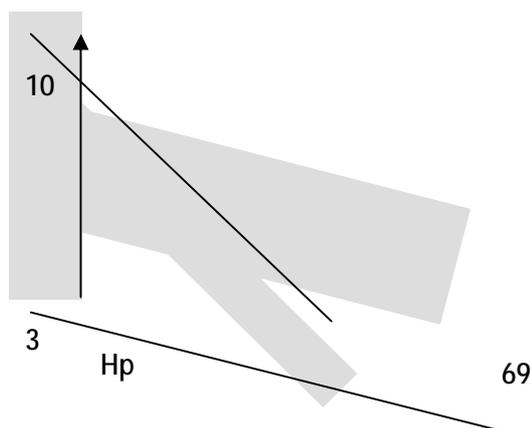
$(0,0) \longrightarrow x + 4y \leq 12$

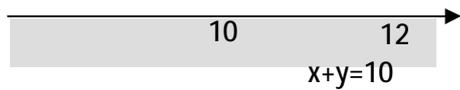
$x + 0 \leq 10$  (benar)

$0 + 0 \leq 12$  (benar)

Berarti daerah yang memuat  $(0,0)$  merupakan daerah penyelesaian.

3. Arsir daerah yang bukan himpunan penyelesaian diperoleh

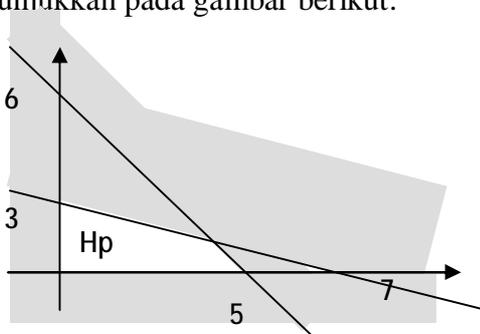




$$x + 4y = 12$$

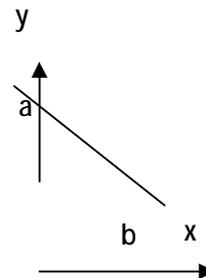
Contoh 3

Tentukan sistem pertidaksamaan yang daerah himpunan penyelesaiannya ditunjukkan pada gambar berikut:



Catatan:

Persamaan garis yang memotong sumbu y di  $(0,a)$  dan memotong sumbu x di  $(0,b)$



**Penyelesaian:**

1. Persamaan garis yang melalui titik  $(0,3)$  dan  $(7,0)$  adalah

$$3x + 7y = 3 \cdot 7$$

$$3x + 7y = 21$$

Ambil titik O (0,0) sebagai titik P dan dari grafik diketahui bahwa titik O termasuk himpunan penyelesaian, maka diperoleh pertidaksamaan  $3x + 5y \leq 21$ .

2. Persamaan garis melalui titik (0,6) dan (5,0) adalah:

$$6x + 5y = 30$$

terlihat bahwa titik O (0,0) termasuk himpunan penyelesaian maka diperoleh pertidaksamaan:

$$6x + 5y \leq 30$$

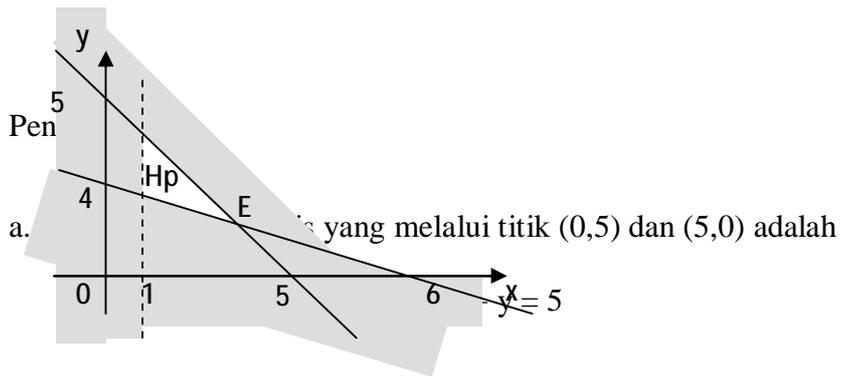
3. Garis  $x = 0$  yaitu garis yang berimpit dengan sumbu y, karena yang diarsir sebelah kiri garis tersebut, maka diperoleh pertidaksamaan  $x \geq 0$
4. Garis  $y = 0$  yaitu garis berimpit dengan sumbu x, dan karena yang diarsir yang dibawah garis tersebut, maka diperoleh garis  $y \geq 0$ .

Jadi sistem pertidaksamaannya adalah  $3x + 7y \leq 21$ ,  $6x + 5y \leq 30$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$  dengan  $x, y \in R$ .

#### TUGAS INDIVIDU

- Tunjukkan daerah yang memenuhi himpunan penyelesaian dari tiap pertidaksamaan linear berikut
  - $y \geq 5$
  - $y \leq 4$
  - $2 \leq x \leq 6$
  - $3 \leq y < 5$
  - $x + y \leq 7$
  - $2x + y \geq 6$
- Tunjukkan daerah yang memenuhi himpunan penyelesaian dari sistem pertidaksamaan linear  $x + y - 6 \leq 0$ ,  $2x + y - 8 \leq 0$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ,  $x, y \in R$ .
- Tunjukkan daerah yang memenuhi himpunan penyelesaian dari sistem pertidaksamaan linear  $x + y \leq 10$ ,  $1 \leq x \leq 4$ ,  $y \geq 0$ , dengan  $x, y \in R$ .

b. titik potong E



Karena titik (0,0) termasuk HP, maka didapat  $x + y \leq 5$

- Persamaan garis yang melalui titik (0,4) dan (6,0) adalah

$$4x + 6y = 24 \Leftrightarrow 2x + 3y = 12$$

Karena titik (0,0) tidak termasuk Hp, maka didapat :  $2x + 3y \geq 12$

- Garis  $x = 1$  digambar putus-putus berarti  $x = 1$  bukan termasuk Hp, dan karena yang diarsir sebelah kiri maka didapat  $x > 1$ .
- Dari garis  $y = 0$ , diperoleh  $y \geq 0$ .

Jadi sistem pertidaksamaannya :  $x + y \leq 5$ ,  $2x + 3y \geq 12$ ,  $x > 1$  ,  $y \geq 0$ .

dengan  $x, y \in \mathbb{R}$ .

- b. Titik potong E merupakan titik potong garis  $x + y = 5$  dan  $2x + 3y = 12$ . Jadi untuk menentukan titik potong E sama dengan menentukan penyelesaian dari sistem persamaan linear.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 5 \\ 2x + 3y = 12 \end{array} \right\}$$

$$2x + 3y = 12$$

$$\begin{array}{r} x + y = 5 \quad | \times 2 | \quad 2x + 2y = 10 \\ 2x + 3y = 12 \quad | \times 1 | \quad 2x + 3y = 12 \\ \hline \end{array}$$

$$-y = -2$$

$$y = 2$$

Untuk  $y = 2$ , maka  $x + y = 5$

$$\Leftrightarrow x + 2 = 5$$

$$\Leftrightarrow x = 3$$

$\therefore$  diperoleh titik potong E (3,2)

#### TUGAS INDIVIDU

1. Coba gambarlah daerah penyelesaian

$$x + y \leq 6$$

$$x + 2y \leq 8$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

2. Dari hasil no 1, tentukan koordinat titik-titik (x,y) pada daerah penyelesaian untuk x dan y bilangan cacah dan tandailah titik-titik itu dengan noktah (•)

#### Latihan 1

1. Tunjukkan pada diagram kartesius himpunan penyelesaian dari setiap pertidaksamaan berikut ini dengan  $x, y \in \mathbb{R}$ .

a.  $2 < x < 5$

d.  $2x + y \geq 10$

b.  $1 \leq y \leq 4$

e.  $3x + 4y \leq 24$

c.  $x + y \leq 8$

2. Tunjukkan daerah yang memenuhi himpunan penyelesaian dari sistem pertidaksamaan berikut:

a.  $x + y \leq 12, x \geq 3, y \geq 1, x, y \in \mathbb{R}$

b.  $x + 3y \leq 9, x \geq 0, y \geq 0, x, y \in \mathbb{R}$

c.  $2x + 6 \geq x + 2, x \geq 0, y \geq 0, x, y \in \mathbb{R}$

d.  $5x - 3y \geq 15$

e.  $-3x + 4y \geq 12$

3. Tunjukkan daerah yang memenuhi himpunan penyelesaian dari sistem pertidaksamaan berikut ini:

a.  $3x - 6y - 12 \leq 0$

$$2y - x - 4 \leq 0$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

b.  $x + y \leq 4$

$$2x + y \leq 6$$

$$2x - y + 1 \geq 0$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

c.  $x - 3y + 18 \geq 0$

$$3x - 2y - 2 \geq 0$$

$$x - 3y + 4 \leq 0$$

$$3x - 2y \leq 16$$

$$x \geq 0$$

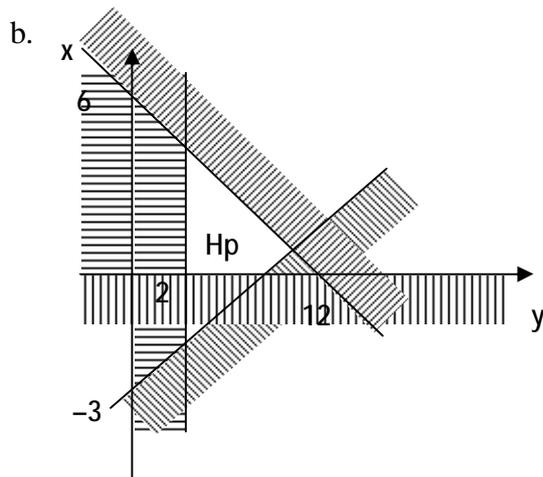
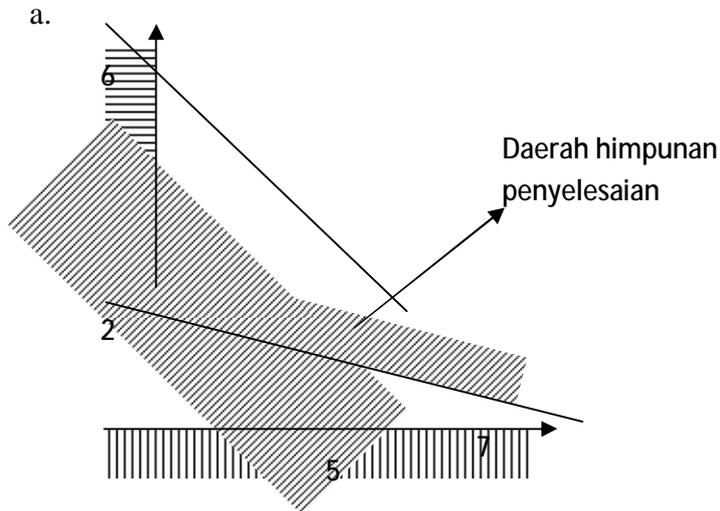
$$y \geq 0$$

d.  $3 \leq x + y \leq 9$

$$-5 \leq x - y \leq 0$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

4. Tentukan sistem pertidaksamaan yang daerah penyelesaiannya seperti pada gambar berikut:



5. Diketahui sistem pertidaksamaan  $x+y \leq 9$ ,  $2 \leq x \leq 8$ ,  $y \geq 2$  dengan  $x$  dan  $y \in \mathbb{R}$ .

a. Tentukan titik-titik  $(x,y)$  untuk  $x,y \in C$  yang terletak pada daerah himpunan penyelesaian.

b. Tentukan nilai  $z = x + 3y$  untuk setiap titik yang diperoleh pada pertanyaan

a.

- c. Tentukan nilai maksimum dan minimum  $z$  dan tulis untuk titik mana nilai maksimum dan minimum itu tercapai.

### 2.1.2 Program Linear dan Model Matematika

Dalam kehidupan sehari-hari, terutama dalam bidang bisnis dan ekonomi sering dijumpai persoalan optimasi. Persoalan ini dapat diselesaikan dengan program linear. Program linear adalah metode atau cara untuk menyelesaikan masalah optimasi yang mengandung batasan-batasan atau kendala-kendala. Kendala-kendala itu berbentuk sistem pertidaksamaan linear. Dari beberapa penyelesaian sistem pertidaksamaan itu, yang berbentuk daerah himpunan penyelesaian terdapat sebuah penyelesaian yang memberikan hasil terbaik. Penyelesaian ini dinamakan penyelesaian optimum, yaitu nilai minimum atau nilai maksimum dari suatu fungsi yang dikenakan pada sistem pertidaksamaan linear. Fungsi ini dinamakan **fungsi obyektif** atau **fungsi tujuan** atau **fungsi sasaran**.

Untuk memecahkan masalah program linear maka terlebih dahulu kita menterjemahkan masalah tersebut ke dalam bahasa matematika. Rumusan matematika ini disebut **model matematika**. Sehingga model matematika adalah rumusan matematika yang dapat berupa persamaan maupun pertidaksamaan yang diperoleh dari hasil menterjemahkan suatu masalah ke dalam bahasa matematika.

Secara garis besar rumusan matematika ini terdiri dari dua bagian yaitu kendala-kendala yang berbentuk sistem pertidaksamaan linear dan fungsi obyektif (fungsi tujuan).

Contoh 5

Seorang pengusaha konveksi akan membuat dua macam baju, yaitu baju model I dan model II. Baju model I membutuhkan 2 m katun dan 1 m tessa. Baju model II membutuhkan 1,5 m katun dan 1,5 m tessa. Pengusaha itu mempunyai persediaan kain katun 300 m dan kain tessa 200 m. Jika banyaknya baju model I adalah  $x$  dan baju model II  $y$ , maka tentukan model matematikanya!

**Penyelesaian:**

Untuk membuat model matematika dari persoalan diatas, maka akan lebih mudah jika dibuat tabel terlebih dahulu.

	Model I ( $x$ )	Model II ( $y$ )	Persediaan kain maksimum
Katun	$2x$	$1,5y$	300
Tessa	$x$	$1,5y$	200

Banyaknya kain katun yang dibutuhkan untuk membuat kedua jenis model baju adalah  $(2x+y)m$ . Karena persediaan kain katun adalah 300 m, maka diperoleh hubungan

$$2x + 1,5 y \leq 300 \Leftrightarrow 4x + 3y \leq 600$$

sedangkan banyaknya kain tessa yang dibutuhkan untuk membuat kedua jenis model baju adalah  $(x + 1,5y)$  m. Karena persediaan kain tessa adalah 200 m, maka diperoleh hubungan

$$x + 1,5y \leq 200$$

$$2x + 3y \leq 400$$

$x$  dan  $y$  menyatakan banyaknya baju model I dan baju model II, maka  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$  sehingga diperoleh model matematika:

$$4x + 3y \leq 600$$

$$2x + 3y \leq 400$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

#### Contoh 6

Seorang pengusaha mebel mengerjakan proses finishing 2 set kursi, yaitu kursi tamu dan kursi makan. Dalam pengerjaannya ia dibantu beberapa karyawan. 1 set kursi tamu memerlukan waktu 4 jam mengampelas dan 4 jam untuk mewarnai. 1 set kursi makan memerlukan 3 jam untuk mengampelas dan 2 jam untuk mewarnai. Pengusaha tersebut memiliki waktu untuk mengerjakan pesanan selama 150 jam untuk mengampelas dan 100 jam untuk mewarnai. Jika

keuntungan bersih masing-masing kursi adalah Rp 50.000,00 dan Rp 40.000,00, maka tentukan model matematika agar keuntungan diperoleh sebesar-besarnya.

**Penyelesaian:**

Misalkan banyaknya kursi tamu = x, dan banyaknya kursi makan = y maka persoalan di atas dapat disajikan dalam bentuk tabel berikut ini:

	Kursi tamu (x)	Kursi makan (y)	Waktu
mengampelas	4x	3y	150
Mewarnai	4x	2y	100
Biaya	50000x	40000y	

Waktu yang digunakan untuk mengampelas kedua set kursi tersebut adalah  $(4x+3y)$  jam dengan waktu yang tersedia maksimum 150 jam sehingga diperoleh hubungan:

$$4x + 3y \leq 150 \dots\dots\dots(1)$$

Waktu yang digunakan untuk mewarnai kedua set kursi tersebut adalah  $(4x + 2y)$  jam dengan waktu yang tersedia maksimum 100 jam sehingga diperoleh hubungan:

$$4x + 2y \leq 100$$

$$2x + y \leq 50 \dots \dots \dots (2)$$

x dan y menyatakan banyaknya set kursi tamu dan kursi makan maka diperoleh:

$$x \geq 0, y \geq 0, \text{ dengan } x, y \in \mathbb{C} \dots \dots \dots (3).$$

Keuntungan yang diperoleh dari kedua set kursi adalah  $z = 50.000x + 40.000 y$ .

Jadi model matematika untuk persoalan diatas adalah

Fungsi obyektif: menentukan nilai maksimum  $z = 50000x + 40000y$

Kendala:

$$4x + 3y \leq 150$$

$$2x + y \leq 50$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

dengan  $x, y \in \mathbb{C}$

Contoh 7

Seorang peternak gurami setiap harinya membutuhkan dua jenis makanan. Makanan jenis I dalam setiap kilogramnya mengandung 600 gram bahan A dan 400 gram bahan B, sedangkan makanan jenis II dalam setiap kilogramnya mengandung 800 gram bahan A dan 200 gram bahan B. Setiap hari, 1000 ekor gurami dalam satu kolam membutuhkan sekurang-kurangnya 2000 gram bahan A dan 1200 gram bahan B. Jumlah makanan jenis I dan jenis II untuk 1000 ekor

gurami setiap harinya minimal 5 kg. Harga tiap kilogram makanan jenis I adalah Rp 4000,00 dan makanan jenis II adalah Rp 6000,00. Buatlah model matematikanya, agar biaya makanan gurami setiap hari semurah-murahnya.

**Penyelesaian**

Misal banyaknya makanan jenis I adalah x dan makanan jenis II adalah y, maka persoalan tersebut dapat dinyatakan ke dalam table berikut ini:

	Jenis I	Jenis II	Kebutuhan
Banyaknya makanan	X	Y	5
Bahan A	0,6x	0,8y	2
Bahan B	0,4x	0,2y	1,2
Biaya	4000x	6000y	

Setiap harinya jumlah kedua jenis makanan sekurang-kurangnya 5 kg dengan sekurang-kurangnya 2 kg bahan A dan 1,2 kg bahan B, maka diperoleh hubungan:

a.  $x + y \geq 5$

b.  $0,6x + 0,8y \geq 2$

$\Leftrightarrow 6x + 8y \geq 20$

$\Leftrightarrow 3x + 4y \geq 10$

c.  $0,4x + 0,2y \geq 1,2$

$$\Leftrightarrow 4x + 2y \geq 12$$

$$\Leftrightarrow 2x + y \geq 6$$

x dan y menyatakan banyaknya makanan gurami, sehingga x dan y tidak mungkin negatif maka:

$$x \geq 0, y \geq 0, \text{ dengan } x, y \in \mathbb{R}$$

Jadi model matematikanya adalah:

Fungsi obyektif: meminimumkan  $z = 4000x + 6000y$

Kendala:  $3x + 4y \geq 10$

$$2x + y \geq 6$$

$$x \geq 0; y \geq 0 \text{ dengan } x, y \in \mathbb{R}$$

#### TUGAS INDIVIDU

Carilah permasalahan dalam kehidupan sehari-hari yang dapat dinyatakan ke dalam model matematika dan tentukan model matematikanya!.

### Latihan 2

1. Seorang ibu membeli 5 kg apel dan 2 kg jeruk dengan total harga Rp 87.000,00. Ibu yang lain membeli 3 kg apel dan 4 kg jeruk dengan total harga Rp 69.000,00. Jika harga 1 kg apel adalah x dan 1 kg jeruk y, buatlah model matematika untuk persoalan tersebut!

2. Seorang pemilik toko komputer memiliki modal Rp 92.500.000,00. Ia akan membeli dua jenis komputer. Harga komputer jenis I adalah Rp 2.500.000,00 dan jenis II adalah Rp 6.000.000,00. Jika tokonya tidak bisa memuat komputer lebih dari 30, maka tentukan model matematika dari masalah tersebut!
3. Sebuah rumah sakit membutuhkan 1500 unit kalori dan 13000 unit protein setiap pasien per harinya. Jika setiap kg daging sapi mengandung 500 unit kalori dan 200 unit protein sedangkan 1 kg ikan segar mengandung 300 unit kalori dan 400 unit protein dengan harga masing-masing per kgnya Rp 40.000,00 dan Rp 20.000,00. Tentukan model matematikanya!
4. Sebuah perusahaan akan memproduksi dua jenis barang pesanan, yaitu jenis A dan jenis B. Perusahaan itu mengharapkan untung Rp 10.000,00 perbuah untuk jenis A dan Rp 12.000,00 untuk jenis B. Untuk membuat barang jenis A memerlukan waktu 20 menit pada mesin I dan 10 menit pada mesin II. Barang jenis B memerlukan waktu 10 menit pada mesin I dan 30 menit pada mesin II. Perusahaan tersebut ingin mendapatkan laba sebanyak-banyaknya. Buatlah model matematikanya jika diketahui waktu yang tersedia 30 jam untuk mesin I dan 50 jam untuk mesin II!
5. Seorang penjahit mempunyai keinginan untuk membuat baju dua model, yaitu model A dan model B. Ia mempunyai persediaan bahan kain yang terdiri dari  $5\frac{1}{2}$  m sutra,  $7\frac{1}{2}$  m wool dan 8 m katun. Satu baju model A membutuhkan bahan 1 m sutra,  $\frac{1}{2}$  m wool dan 1 m katun. Satu baju model B membutuhkan kain 1 m sutra,  $1\frac{1}{2}$  m wool dan  $\frac{1}{2}$  m katun. Jika satu baju model A dapat

terjual Rp 150.000,00 dan baju model B Rp 175.000,00. Buatlah model matematika agar penerimaan sebanyak-banyaknya!

6. Seorang pekebun membutuhkan 3 jenis zat kimia jenis I, II dan III paling tidak berturut-turut sebanyak 20 kg, 14 kg dan 8 kg yang akan digunakan untuk memupuk tanaman buahnya. Bahan-bahan tersebut dicampur dan dijadikan ke dalam dua jenis kantong, yaitu kantong cair dan kantong kering. Setiap kantong cair mengandung zat kimia jenis I, II dan III berturut-turut 2 kg, 2 kg dan 1 kg. Setiap kantong kering mengandung zat kimia jenis I, II, dan III berturut-turut 4 kg, 1 kg dan 1 kg. Jika 1 kantong pupuk cair harganya Rp 10.000,00 dan 1 kantong pupuk kering Rp15.000,00, maka buat model matematikanya agar biaya semurah-murahnya!

### 2.2.2 Nilai optimum suatu fungsi obyektif

Dari pembahasan terdahulu sudah diketahui bahwa tujuan program linear adalah menentukan penyelesaian optimum, dari suatu daerah himpunan penyelesaian (*feasible area*). Penyelesaian optimum ini merupakan hasil terbaik, bisa bernilai minimum atau maksimum. Dalam hal ini yang dioptimumkan dinyatakan dalam bentuk fungsi ( $ax+by$ ). Fungsi ini disebut fungsi obyektif. Untuk lebih memahami pengertian bentuk onyektif, perhatikan model matematika berikut.

Fungsi obyektif: memaksimumkan  $z = x+y$

Kendala:  $x + y \leq 20$

$$2x + y \leq 35$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0 \text{ dengan } x, y \in \mathbb{C}$$

Dari model matematika di atas, berarti tujuan yang akan dicapai adalah mencari nilai maksimum dari fungsi obyektif  $z = x+y$  jika dibatasi dengan kendala-kendala yang dinyatakan ke dalam sistem pertidaksamaan linear dua variabel.

Bagaimanakah caranya menentukan nilai optimum (nilai maksimum/nilai minimum) tersebut? Ada berapa cara untuk menentukannya?

Dalam menentukan nilai optimum, kita dapat menggunakan metode grafik yang terdiri atas dua macam yaitu metode uji titik ujung dan metode garis selidik.

#### **A. Metode Uji Titik Ujung**

Dari pembahasan terdahulu, kita sudah mempelajari cara menentukan daerah himpunan penyelesaian. Untuk menentukan nilai optimum dari  $z = ax + by$  dengan metode uji titik ujung, maka titik-titik yang ada di ujung-ujung daerah himpunan penyelesaian kita selidiki dengan cara disubstitusikan ke fungsi obyektif  $z = ax + by$ , untuk menentukan nilai maksimum atau nilai minimum  $z$ .

Untuk itu, perhatikan contoh berikut:

Contoh 8

Tentukan nilai maksimum dari fungsi  $z = 2x + y$  dengan kendala-kendala

$$: \quad x + y \leq 12$$

$$2x + y \leq 18$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

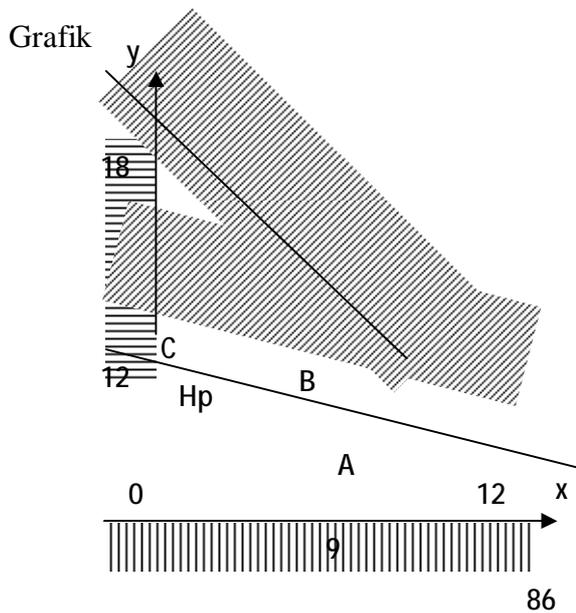
dengan  $x, y \in \mathbb{C}$

**Penyelesaian:**

- a. Membuat grafik dan menentukan daerah himpunan penyelesaian. Titik potong grafik  $x + y = 12$  dan  $2x + y = 18$  dengan sumbu  $x$  dan sumbu  $y$ , dapat dilihat dari tabel berikut:

$x + y = 12$		
$x$	0	12
$y$	12	0
$(x,y)$	(0,12)	(12,0)

$2x + y = 18$		
$x$	0	9
$y$	18	0
$(x,y)$	(0,18)	(9,0)



Titik yang diujung-ujung daerah penyelesaian adalah titik O, A, B, dan C. Titik B merupakan titik potong garis  $x + y = 12$  dan  $2x + y = 18$ . Sehingga B dicari dengan eliminasi atau substitusi.

$$x + y = 12$$

$$\underline{2x + y = 18}$$

$$-x = -6$$

$$x = 6$$

Untuk  $x = 6$ , maka  $x + y = 12$

$$\Leftrightarrow 6 + y = 12$$

$$\Leftrightarrow y = 6$$

Jadi diperoleh titik B (6,6)

- b. Menentukan nilai optimum z, yaitu nilai maksimum. Untuk menentukan nilai optimum z, maka titik-titik ujung daerah penyelesaian, yaitu O, A,B dan C kita substitusikan ke z.

$$z = 2x + y$$

$$(0,0) \Rightarrow z = 2 \cdot 0 + 0$$

$$= 0$$

$$(9,0) \Rightarrow z = 2 \cdot 9 + 0$$

$$= 18$$

$$(6,6) \Rightarrow z = 2 \cdot 6 + 6$$

$$= 18$$

$$(0,12) \Rightarrow z = 2 \cdot 0 + 12$$

$$= 12$$

Jadi nilai maksimum dari fungsi obyektif adalah 18, dicapai saat  $x = 9$  dan  $y = 0$  atau  $x = 6$  dan  $y = 6$ .

#### Contoh 9

Suatu pabrik farmasi memproduksi dua jenis tablet, yaitu jenis I dan jenis II. Setiap tablet jenis I mengandung 6 mg vitamin A, 2 mg vitamin B<sub>1</sub> dan 2 mg vitamin B<sub>2</sub>. Setiap tablet jenis II mengandung 1 mg vitamin A, 1 mg vitamin B<sub>1</sub>, dan 2 mg vitamin B<sub>2</sub>. Persediaan vitamin A, vitamin B<sub>1</sub> dan vitamin B<sub>2</sub> berturut-turut 0,12 kg, 0,08 kg, dan 0,12 kg. Harga jual 1 tablet jenis I adalah Rp 1000,00 dan jenis II adalah Rp 800,00. Berapa banyak tablet I dan II harus dibuat agar penerimaan maksimum?

#### Penyelesaian:

Misalkan banyaknya tablet jenis I adalah  $x$  dan tablet jenis II adalah  $y$ . Permasalahan di atas dapat dibuat tabel sebagai berikut:

	Tablet I	Tablet II	Persediaan
Vitamin A	6x	Y	120000
Vitamin B <sub>1</sub>	2x	Y	80000
Vitamin B <sub>2</sub>	2x	2y	120000

Sehingga diperoleh model matematika sebagai berikut:

Fungsi obyektif : memaksimumkan  $z = 1000x + 800y$

Kendala:  $6x + y \leq 120000$

$2x + y \leq 80000$

$x + y \leq 60.000$

$x \geq 0$

$y \geq 0$

✓ Langkah pertama adalah menentukan daerah himpunan penyelesaian.

Titik potong garis  $6x + y = 120.000$ ,  $2x + y = 80000$ , dan  $x + y = 60000$

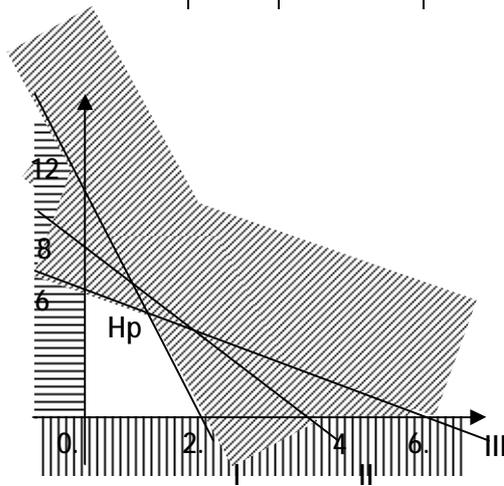
dengan sumbu x dan y, dapat dilihat pada tabel berikut:

$6x + y = 120000$		
x	0	20000
y	120000	0
(x,y)	(0,120000)	(20000,0)

$2x + y = 80.000$		
x	0	40000
y	80000	0
(x,y)	(0,80000)	(40000,0)

Diperoleh grafik

$x + y = 60.000$		
x	0	60000
y	60000	0
(x,y)	(0,60000)	(60000,0)



E

Keterangan : skala dalam puluhan ribu

- ▼ Penyelidikan nilai optimum, yaitu menentukan nilai maksimum dari  $z = 1000x + 800y$ . Titik E merupakan titik potong garis  $6x + y = 120.000$  dan garis  $x + y = 60.000$ , sehingga:

$$6x + y = 120.000$$

$$\underline{x + y = 60.000} \quad -$$

$$5x = 60.000$$

$$x = 12.000$$

untuk  $x = 12000$ , maka  $x + y = 60\,000$

$$12.000 + y = 60.000$$

$$y = 48000$$

Jadi titik E ( 12000, 48000)

Karena fungsi obyektifnya adalah  $z = 1000x + 800y$ , maka diperoleh:

$$(20000,0) \Rightarrow z = 20.000.000$$

$$\begin{aligned}(12000,48000) \Rightarrow z &= 12000000 + 38400000 \\ &= 50.400.000\end{aligned}$$

$$(0,60000) \Rightarrow z = 800(60000)$$

$$= 48.000.000$$

Jadi penerimaan terbesar adalah Rp 50.400.000,00 dicapai jika yang diproduksi tablet I sebanyak 12000 dan tablet II sebanyak 48000.

Catatan:

Jika penyelesaiannya menghendaki  $x, y \in \mathbb{C}$  sementara titik-titik ujung daerah himpunan penyelesaian merupakan bilangan real maka yang diselidiki adalah titik-titik  $(x, y)$  dengan  $x, y \in \mathbb{C}$  yang terletak di dekat titik-titik ujung daerah penyelesaian.

## B. Metode Garis Selidik $k = ax + by$

Untuk menentukan nilai optimum suatu fungsi obyektif dengan cara lebih cepat dan sederhana adalah dengan metode garis selidik. Apabila diketahui fungsi obyektif suatu persoalan program linear adalah  $z = ax + by$ , maka ambil nilai-nilai  $k$  untuk mengganti nilai  $z$ , yaitu  $k_1, k_2, k_3, \dots, k_n$ . Karena  $z = ax + by$ , maka:

$$k_1 = ax + by$$

$$k_2 = ax + by$$

**M**

$$k_n = ax + by$$

Catatan:

Dua buah garis dikatakan saling sejajar jika kedua garis memiliki gradien yang sama ( $m_1 = m_2$ )

Garis-garis tersebut merupakan garis-garis yang sejajar, dimana suatu saat akan melalui titik yang termasuk dalam 'feasible area' sehingga menyebabkan nilai dari  $z$  mencapai optimum (maksimum atau minimum).

Untuk lebih memahami mengenai metode ini, perhatikan langkah-langkah menentukan nilai optimum dengan menggunakan garis selidik berikut ini:

- Ø Menentukan feasible area/daerah himpunan penyelesaian
- Ø Menggambar garis selidik  $k = ax + by$  dengan  $k = ab$ , dengan cara menentukan titik potong garis  $k = ax + by$  dengan sumbu  $x$  dan sumbu  $y$  kemudian dihubungkan dengan garis lurus.

Ø Menggambar garis-garis yang sejajar dengan garis selidik, dengan cara membuat garis-garis yang sejajar dengan garis selidik  $k = ax + by$  melalui titik-titik ujung yang termuat di dalam daerah himpunan penyelesaian.

Ø Menentukan nilai optimum

Garis yang melalui titik optimum, akan menghasilkan nilai optimum untuk fungsi obyektif  $z = ax + by$ . Garis selidik yang berada paling kanan atau paling atas pada daerah penyelesaian menunjukkan nilai maksimum,. Sedangkan garis selidik yang berada paling kiri atau paling bawah pada daerah penyelesaian menunjukkan nilai minimum.

#### Contoh 10

Seorang pengembang akan membuat dua tipe rumah, yaitu ukuran T21 dan T29. Untuk itu ia meminta uang muka masing-masing Rp 4.000.000,00 dan Rp 5.000.000,00 untuk setiap rumah. Ia mentargetkan uang yang masuk paling sedikit Rp 220.000.000,00. Rumah yang akan ia bangun paling sedikit 50 unit untuk kedua tipe tersebut. Biaya membangun rumah tipe T21 adalah Rp 15.000.000,00 dan untuk T29 Rp 18.000.000,00. Tentukan biaya minimal yang harus disediakan.

Jawab:

Misalnya banyaknya T21 =  $x$ , banyaknya T29 =  $y$  maka permasalahan di atas, dapat dinyatakan ke dalam tabel berikut:

	T21	T29	Minimum
Banyaknya	X	Y	50
Uang muka	4.000.000x	5.000.000y	220.000.000
Biaya (dalam jutaan)	15x	18y	

Banyaknya rumah (T21 dan T29) yang akan dibangun paling sedikit 50, maka diperoleh hubungan:

$$x + y \geq 50 \dots\dots\dots(i)$$

uang muka untuk kedua tipe T21 Rp 4.000.000,- untuk T29 Rp 5.000.000,- dan target uang muka yang masuk paling sedikit Rp 220.000.000,00, sehingga diperoleh hubungan:

$$4.000.000x + 5.000.000y \geq 220.000.000$$

$$\Leftrightarrow 4x + 5y \geq 220 \dots\dots\dots(ii)$$

karena x dan y menyatakan banyak rumah maka:  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$  dengan  $x, y \in C$  sehingga model matematikanya adalah:

Fungsi obyektif: meminimumkan  $z = 15x + 18y$

kendala:  $x + y \geq 50$

$$4x + 5y \geq 220$$



Garis selidik 4 : untuk titik (0,50)  $\rightarrow x = 0, y = 50 \rightarrow 15x + 18y = 900$

Dari grafik terlihat bahwa garis selidik yang melalui titik-titik ujung daerah penyelesaian paling bawah atau paling kiri adalah garis yang melewati titik (30,20).

Dengan demikian titik (30,20) merupakan titik optimum yaitu nilai minimum  $z = 810$ .

Karena biaya dinyatakan dalam jutaan maka biaya minimum untuk membangun rumah-rumah tersebut adalah Rp 810.000.000,00

Catatan:

Dalam menggunakan metode garis selidik, cukup gambar satu garis selidik yang memotong sumbu  $x$  dan  $y$ , kemudian geser sampai melewati titik-titik di ujung-ujung daerah penyelesaian. Garis yang paling bawah/kiri/dekat dengan pangkal menunjukkan nilai minimum dan garis yang paling kanan atau paling atas atau paling jauh dari pangkal menunjukkan nilai maksimum

#### TUGAS KELOMPOK

1. Cari informasi dari perpustakaan, internet maupun jurnal-jurnal kemudian buatlah soal dan penyelesaiannya mengenai penerapan program linear dalam kehidupan sehari-hari, yaitu masalah meminimumkan dan memaksimumkan fungsi obyektif, dalam bidang usaha, kedokteran, pertanian, peternakan dan lain-lain.
2. Presentasikan hasilnya di depan teman-teman sekelasmu!

### Latihan 3

1. Tentukan nilai maksimum fungsi obyektif  $z = 5000x + 6000y$  dengan kendala-kendala  $4x + 2y \leq 100$ ,  $3x + 4y \leq 120$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ .

2. Tentukan nilai maksimum dari  $z = 2x + y$  dengan kendala-kendala

$$5x + 10y \leq 50$$

$$x + y \geq 1$$

$$y \leq 4$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0.$$

3. Tentukan nilai minimum  $z = 60x + 80y$  dengan kendala-kendala:

$$10x + 15y \geq 2100$$

$$40x + 10y \geq 2400$$

$$5x + 15y \geq 1500$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0.$$

4. Sebuah perusahaan membuat dua jenis produk I dan II. Setiap unit produk I memerlukan waktu 2 jam pada mesin A dan 5 jam pada mesin B. Setiap unit II memerlukan 4 jam pada mesin A dan 3 jam mesin B. Tersedia waktu 100 jam untuk mesin A dan 110 jam untuk mesin B. Jika perusahaan mendapat laba

- Rp 7000 pada setiap unit produk I dan Rp 5000 pada setiap unit produk II, berapa banyak setiap unit harus diproduksi untuk memaksimalkan laba?
5. Seorang pemilik toko elektronika hendak membeli 2 jenis radio yaitu radio I dan II. Radio I seharga Rp 60.000 dan radio II seharga Rp 80.000,00. Modal yang tersedia Rp 1.680.000,00 dan daya tampung tokonya maksimum 25 buah. Radio I memberi keuntungan Rp 12.500,00 dan radio II memberi keuntungan Rp 13.000,00. Berapa radio dari kedua jenis tersebut harus ia beli agar keuntungan maksimum?
  6. Sebuah perusahaan membuat pembersih lantai yang terdiri dari dua bahan A dan B. Setiap kg bahan A mengandung 30 gram unsur I dan 20 gram unsur II. Setiap kg bahan B mengandung 40 gram unsur I dan 10 gram unsur II. Untuk memenuhi kebutuhan konsumen, pembersih lantai itu paling sedikit memerlukan 1200 gram unsur I dan paling sedikit 400 gram unsur II. Biaya bahan A dan B setiap kilogramnya berturut-turut Rp 1000,00 dan Rp 800,00. Berapa kg bahan A dan B yang digunakan, agar biaya semurah-murahnya?
  7. Seorang produsen kue tart, memproduksi dua jenis kue A dan B. Kue A membutuhkan 40 unit bahan 1 dan 80 unit bahan 2. Kue B membutuhkan 60 unit bahan 1 dan 40 unit bahan 2. Ia memiliki persediaan untuk bahan 1 sebanyak 2400 unit dan bahan 2 sebanyak 3200 unit. Banyaknya kue B yang dibuat tidak kurang dari 10 buah dan tidak lebih dari 30. Apabila dari penjualan kedua kue tersebut ia memperoleh laba Rp 5000,00 perbuah untuk kue A dan Rp 4000,00 perbuah untuk kue B. Tentukan berapa kue A dan B harus dibuat agar laba maksimum.

8. CV JAYA memproduksi dua model kerajinan tangan dari tembaga. Setiap model A memerlukan 3 kg tembaga tuang dan lama pengerjaannya 6 menit. Setiap model B memerlukan 4 kg tembaga tuang dan lama mengerjakannya 3 menit. Laba yang diperoleh untuk setiap model A adalah Rp 2000,00 sedangkan untuk setiap model B adalah Rp 1500,00. Apabila dalam sehari tersedia 100 kg tembaga cair dengan waktu 20 jam, berapa banyak setiap model harus dibuat agar laba maksimum?

## RANGKUMAN

1. Program linear adalah metode untuk menyelesaikan masalah optimasi, yaitu memaksimalkan atau meminimalkan suatu fungsi obyektif atau fungsi tujuan dengan kendala-kendala berupa sistem pertidaksamaan linear
2. Untuk menentukan daerah himpunan penyelesaian dari suatu masalah program linear adalah dengan langkah-langkah:
  - a. Buatlah model matematikanya
  - b. Gambarlah garis-garis  $ax + by = c$
  - c. Ambil sembarang titik  $P(x_1, y_1)$  yang terletak di luar garis  $ax + by = c$  dan substitusikan ke dalam pertidaksamaannya.
  - d. Apabila titik  $P(x_1, y_1)$  menyebabkan pertidaksamaan bernilai benar maka daerah yang memuat P adalah daerah himpunan penyelesaian. Apabila pertidaksamaan bernilai salah maka daerah yang memuat P adalah bukan daerah himpunan penyelesaian.
3. Jika tanda pertidaksamaan “>” atau “<” maka garis dibuat putus-putus.

4. Untuk menentukan nilai optimum bentuk obyektif  $z = ax + by$  dapat menggunakan

a. Metode uji titik ujung

Titik-titik di ujung-ujung daerah himpunan penyelesaian disubstitusikan ke fungsi  $z$  untuk menentukan nilai optimum.

b. Metode garis selidik  $k = ax + by$

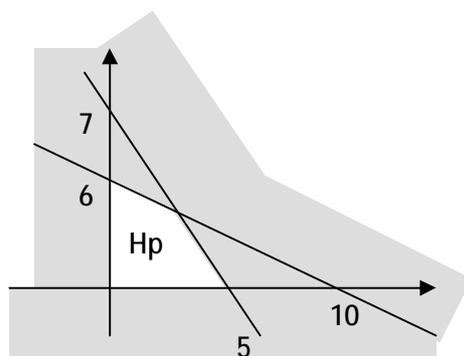
$k = ax + by$  dengan  $k = ab$  merupakan garis selidik yang sesuai dengan  $z = ax + by$ . Pertama-tama tentukan titik potong dengan sumbu  $x$  dan  $y$  dengan garis  $k = ax + by$  kemudian hubungkanlah dengan garis lurus. Geser garis tersebut sampai melewati titik-titik di ujung daerah penyelesaian.

## UJI KOMPETENSI

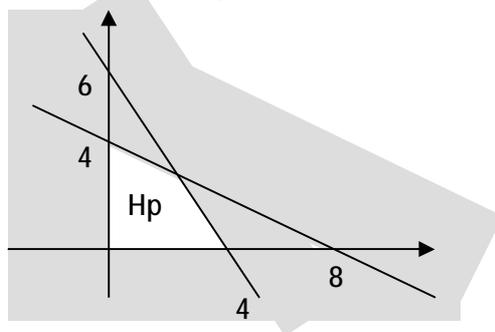
### BAB II

#### Kerjakan dengan benar!

1. Harga 1 kg beras Rp 4500,00 dan 1 kg gula Rp 6000,00. Seorang pedagang memiliki modal Rp 540.000,00. Kios tempat ia berdagang hanya memuat 1 kuintal. Jika pedagang itu membeli  $x$  kg beras dan  $y$  kg gula, maka tentukan sistem pertidaksamaan dari masalah tersebut!
2. Pak Badu akan mengecat dinding rumahnya dengan dua macam warna cat yang berbeda, masing-masing warna terdiri dari zat merk "A" dan "B". Setiap  $100 \text{ m}^2$ , Pak Badu membutuhkan cat krem 4 galon merk A dan 2 galon merk B. Sedangkan untuk warna coklat dia membutuhkan 3 galon merk A dan 1 galon merk B. Pak Badu memiliki persediaan merk A 17 galon dan merk B 7 galon. Tentukan sistem pertidaksamaan yang sesuai masalah tersebut!
3. Tentukan sistem pertidaksamaan linier dari suatu masalah program linier yang daerah penyelesaiannya (tidak diarsir) ditunjukkan pada gambar berikut



4. Daerah yang tidak diarsir pada gambar dibawah ini adalah himpunan penyelesaian dari suatu sistem pertidaksamaan. Tentukan nilai maksimum untuk  $z = 2x + 3y$ !



5. Tentukan nilai maksimum dari  $z = 2x + y$  yang memenuhi sistem pertidaksamaan berikut:

$$x + 2y \leq 8$$

$$x + y \leq 6$$

$$x \geq 0; y \geq 0$$

6. Nilai minimum fungsi obyektif  $z = 2x + 5y$  yang memenuhi sistem pertidaksamaan  $2x + 3y \geq 12$

$$5x + 2y \geq 19$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

7. Tunjukkan daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan

$$x + y \leq 5$$

$$x + 2y \leq 7$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

8. Tunjukkan daerah himpunan penyelesaian dari sistem pertidaksamaan berikut:

$$4x + 3y \leq 12$$

$$y - x \leq -1$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

9. Tunjukkan himpunan penyelesaian dari sistem pertidaksamaan berikut:

$$5x + 3y \leq 15$$

$$5x + 2y \geq 10$$

$$x + 3y \leq 6$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

10. Seorang penjahit mempunyai 80 m saten dan 120 m katun. Ia akan membuat dua model baju. Baju I memerlukan 1 m saten dan 3 m katun, baju II memerlukan 2m saten dan 2 m katun. Tentukan sistem pertidaksamaan yang sesuai !

11. Tunjukkan daerah penyelesaian dari:

$$4x + y \geq 40$$

$$2x + 8y \geq 80$$

$$3x+2y \geq 60$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

dengan  $x, y \in C$

12. Tentukan nilai  $x$  dan  $y$  sehingga  $(1000x + 2000y)$  minimum dengan syarat

$$4x + y \geq 160$$

$$2x + y \geq 100$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

dengan  $x, y \in C$

13. Tentukan nilai maksimum  $z = 3x + 2y$  dengan kendala

$$3x + y \leq 7$$

$$x + y \leq 3$$

$$x+2y \leq 5$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

14. Sebuah perusahaan pembuat mainan anak-anak, membuat dua jenis I dan II.

Setiap produk jenis I memerlukan waktu 5 jam merakit dan 2jam mewarnai.

Setiap produk jenis II memerlukan waktu 3 jam merakit dan 4 jam mewarnai.

Dalam sepekan perusahaan itu menyediakan 105 jam untuk merakit dan 70 jam untuk mewarnai. Jika laba yang diperoleh adalah Rp 15000,00 untuk setiap produk jenis I dan Rp 12000,00 untuk setiap produk jenis II. Tentukan banyaknya produk jenis I dan II yang harus dibuat agar laba maksimum.

15. Seorang pemilik toko tas ingin mengisi tokonya dengan tas model a sekurang-kurangnya 50 dan model B sekurang-kurangnya 150 buah. Toko itu membuat 300 buah tas. Jika banyak tas model A tidak boleh melebihi 150, dan keuntungan yang diperoleh dari setiap model a adalah Rp 10.000,00 sedangkan untuk model b adalah Rp 8000,00.

Tentukan:

- a. Model matematikanya
- b. Keuntungan terbesar yang dapat dicapai pedagang tersebut

## Daftar Pustaka

Alisah, Evawati dan Eko Prasetyo, 2007. Filsafat Dunia Matematika.

Ayres, Frank jr, Schmidt, Philip A, Hademenos, George J. 2003. Matematika Universitas, Jakarta: Erlangga.

Budi Nurochman, 2005. Teori Ringkas dan Latihan Soal Pembahasan Matematika SMA/MA Jakarta : Pusat Perbukuan, Departemen Pendidikan Nasional.

Edi Kusnaedi, dkk, 2007. Soal-Soal Pemantapan Ujian Nasional. Bandung: Yrama Widya.